

8992

Bibl. Jag.

IV

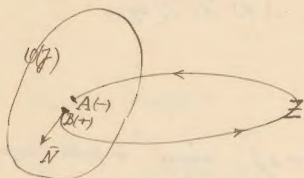


# Twierdzenie Ampère'a

1. Dany obwód  $\mathcal{O}$ , w nim prąd  $J$ , kłosa, trwały

Prowadzimy  $\underline{z}$  przez  $\mathcal{O}$ ; przyp., że orbita  $\underline{z}$  1-krotnie spleciona z  $\mathcal{O}$   
 $\underline{z}$  ma (+) kierunek kręcenia wzgl.  $\mathcal{O}(J)$

Wybieramy na  $\underline{z}$  strony (-) } normalna  $\bar{N}$  ze strony (-) na (+)  
 (+) zgodna z  $\underline{dS}$  w kierunku przeciwnym ( $\underline{z}$ ),



Wyobraźmy sobie co mały pręt  
 w orbitcie  $\underline{z}$  w kierunku przeciwnym ( $\underline{z}$ ):

po stronie (-)  $\underline{A}$   
 (+)  $\underline{B}$

Założenie (dowolne):  $\bar{H}$  pola jed. wartości =  $-\nabla\varphi$ , gdzie  $\varphi$  potencjał (1-wartościowy, jak w M-Statyce), za wyjątkiem elementu  $\underline{AB}$ , gdzie w całości  $\int_{\underline{z}} \bar{H} \cdot \underline{dS}$  ma wartość  $\underline{skok}$  (składy składowe nie bierzemy, cała bryła = 0)

Zatem obchodząc od  $\underline{B}$  do  $\underline{A}$  w sensie (+) po  $\underline{z}$ , ale nie zamykając kłosa

$$\int_B^A \int \bar{H} \cdot \underline{dS} = - \int_B^A \int (\nabla\varphi \cdot \underline{dS})$$

$$= - \int_B^A dS \cdot \int (\bar{S} \cdot \nabla\varphi) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{gdzie } \bar{S} \text{ jednost.} \\ \text{długości stycznej} \end{array} \right.$$

$$= - \int_B^A dS \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial S}$$

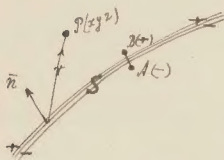
$$= - \{ \varphi_A - \varphi_B \}$$

$$= \varphi_B - \varphi_A$$

Stąd będziemy co chwila:  $\varphi_B - \varphi_A = 4\pi a J$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{wobec prawa na} \\ \text{radm. d-m. pol.} \\ \text{prąd. kręgowy;} \\ \kappa=1 \text{ tutaj} \end{array} \right.$

II. Przypominamy sobie potencjał w (P) utworz. pochodzący od po-  
dwójnej warstwy magnetycznej



$$\varphi(P) = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{4\pi} \iint_S dS \frac{s(\bar{n}\bar{r})}{r^3}$$

gdzie  $\bar{n}$  od (-) do (+)

$\bar{r}$  od dS do P(x, y, z)

III. Kładąc zatem  $\varphi_B - \varphi_A = 4\pi aJ$ , mamy w polu magnetycz-  
nem prądu  $O(J)$

$$\varphi_P = aJ \iint_S dS \cdot \frac{s(\bar{N}\bar{r})}{r^3} \quad \begin{matrix} (\text{obecna } \bar{N} = \text{dawna } \bar{n}) \\ (\text{obecna } \underline{J} = \text{dawna } \underline{a}) \end{matrix}$$

można zatem wyobrazić sobie, że pole magn. prądu pochodzi (nie  
od prądu, lecz) od fikcyjnej warstwy magn. podwójnej, w której  
istnieje skok potencjału  $(\varphi_B - \varphi_A)$  przy przejściu z (-) na (+).

Moc tej warstwy  $\underline{Q} = aJ$

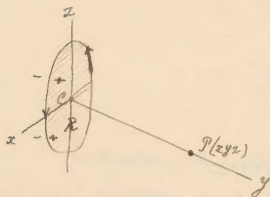
Obiegom warstwy jest równy  $O(J)$

Porozumienie warstw magn. (-) i (+) jest takie, żeby  $\bar{n}$  lub  $\bar{N}$ , idąc  
od (-) na (+) była dodatnio zbieżna z kierunkiem biegu prądu  
prądu  $J$  w (II).

Korzystając z jest zwrócić uwagę, więc  $\underline{Q}$  można brać zawsze po-  
warstw  $\underline{Q}$

# Przykład (zadanie) 1.

Obwód  $\mathcal{O}$  jest kołem;  $\mathcal{P}$  na osi tego koła;  $\mathcal{C}$  środek koła



$\mathcal{C}_x, \mathcal{C}_z$  w płaszczyźnie koła

$\mathcal{C}_y$  --- os koła

$\mathcal{P}$  na  $\mathcal{C}_y$ :  $\mathcal{P}$ :  $x=0$   
 $y=y$   
 $z=0$

$R$  promień koła  $\mathcal{O}$

Wartość Ampera'a

$\bar{n}$  tej wartości // (+  $\mathcal{C}_y$ )

$\bar{J}$  tej wartości // (+  $\mathcal{C}_y$ )

$$\mathcal{P} \text{ wartości} = \frac{J \cdot h}{\mu}$$

$\mu$  wartości prop. stała  
 $h$  grubości --- " ---

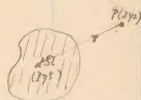
$$aJ = \mathcal{P} = \frac{J \cdot h}{\mu}$$

$$J = \frac{a\mu\bar{J}}{h}$$

Pomocniczy Lemmat:

Polećmy pochodzący z wartości: z ciała dowolnego  $\Omega$  (elem.  $d\mathcal{V}$ )

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mu} \iiint_{\Omega} d\mathcal{V} \, d\mathcal{V} \, s \left( \bar{J} \cdot \nabla_{\mathcal{V}} \left( \frac{1}{r} \right) \right)$$



Jednak  $\bar{J}$  stałe w  $\Omega$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mu} \iiint_{\Omega} d\Omega \left[ J_x \frac{\partial \left( \frac{1}{r} \right)}{\partial \xi} + J_y \frac{\partial \left( \frac{1}{r} \right)}{\partial \eta} + J_z \frac{\partial \left( \frac{1}{r} \right)}{\partial \zeta} \right]$$

$$= \frac{1}{\mu} \left[ J_x \iiint_{\Omega} d\Omega \cdot \frac{\partial \left( \frac{1}{r} \right)}{\partial \xi} + J_y \iiint_{\Omega} d\Omega \cdot \frac{\partial \left( \frac{1}{r} \right)}{\partial \eta} + J_z \iiint_{\Omega} d\Omega \cdot \frac{\partial \left( \frac{1}{r} \right)}{\partial \zeta} \right]$$

$$\text{Ale } r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) \quad \text{it. d.}$$

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} d\Omega \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \right) &= - \iiint_{\Omega} d\Omega \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) \\ &= - \frac{\partial}{\partial x} \iiint_{\Omega} \frac{d\Omega}{r} \\ &= - \frac{\partial Q}{\partial x} \end{aligned}$$

gdzie  $Q = \iiint_{\Omega} \frac{d\Omega}{r}$  potencjał Newtonowski "jednowymiarowy"  
t.j. dla  $p=1$  współrz. (równoleżnik)  
w całej  $\Omega$  (fokalizacja)

$$\begin{aligned} \text{Zatem} \quad \mathcal{F} &= - \frac{1}{\mu} \left\{ I_x \frac{\partial Q}{\partial x} + I_y \frac{\partial Q}{\partial y} + I_z \frac{\partial Q}{\partial z} \right\} \\ &= - \frac{1}{\mu} s(\vec{I} \cdot \nabla Q) \quad \dots \dots (\mathcal{F}) \end{aligned}$$

Wracamy do warstwy      Obliczmy  $Q$  od krążka płaskiego  
grubość =  $h$   
promień =  $R$   
złotnik =  $+1$   
w miejscu  $P$   
kręgiem na osi  $Oy$   
o środku krążka



(\*) Wynik faktów, że

$$Q = 2\pi h \left\{ \sqrt{R^2 + y^2} - y \right\}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial y} = 2\pi h \left\{ \frac{y}{\sqrt{R^2 + y^2}} - 1 \right\}$$

Z poprzedniego ( $\mathcal{F}$ ), stąd tutaj:  $I_x = 0$   
 $I_y = 1$   
 $I_z = 0$

$$\varphi = - \frac{J}{\mu} \cdot \frac{\partial Q}{\partial y} \quad (\text{lecz, wobec p. 3})$$

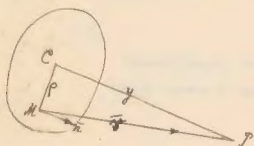
$$= - \frac{aJ}{h} \cdot \frac{\partial Q}{\partial y}$$

$$= - \frac{aJ}{h} 2\pi h \left\{ \frac{y}{\sqrt{R^2 + y^2}} - 1 \right\}$$

$$= + 2\pi aJ \left\{ 1 - \frac{y}{\sqrt{R^2 + y^2}} \right\}$$

Inny rachunek. Pole magnetyczne prądu  $J$  płynącym w obrotowej przesłonie, kołowej, o prom.  $= R$ .

Zasadowany na wzore



$$\varphi = aJ \iint_S dS \cdot \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{n} \parallel \overline{CP} \quad (\text{od } C \text{ do } P)$$

$$\vec{r} = \overline{MP} \quad (\text{od } M \text{ do } P)$$

$$CP = y \quad CH = \rho \quad MP = r$$

$$r^2 = y^2 + \rho^2$$

$$dS = 2\pi \rho d\rho$$

$$\vec{n} \cdot \vec{r} = r \cos(\alpha) = y$$

$$\varphi = aJ \int_0^R \frac{y \cdot 2\pi \rho d\rho}{(y^2 + \rho^2)^{3/2}}$$

$$x^2 = y^2 + \rho^2$$

$$\rho = 0 \dots x = y$$

$$\rho = R \dots x = \sqrt{y^2 + R^2}$$

$$= 2\pi aJ \cdot y \int_y^{\sqrt{y^2 + R^2}} \frac{x dx}{x^3}$$

$$= 2\pi aJ \cdot y \left\{ \frac{1}{y} - \frac{1}{\sqrt{y^2 + R^2}} \right\} = 2\pi aJ \left\{ 1 - \frac{y}{\sqrt{R^2 + y^2}} \right\}$$



Wniosek. Obliczmy natężenie  $J$  wywołanego przez  $Cl(J)$  w punkcie wyznaczonym  $P(xyz)$ , gdzie  $P$  leży na osi  $Oy$ , jak wyżej

$$\begin{aligned} J &= - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ &= + 2\pi a J \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{y}{\sqrt{R^2 + y^2}} \right\} \\ &= + 2\pi a J \frac{R^2}{(R^2 + y^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

Składamy  $P$  leżącą w samym środku  $C$  okręgu  $\odot$ , wówczas

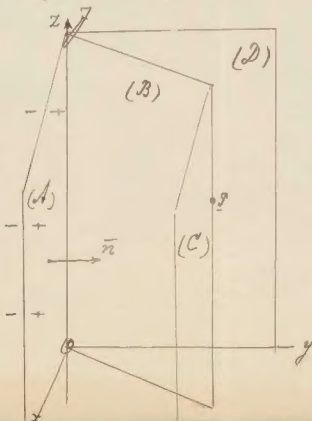
$$y = 0$$

zatem

$$(J)_c = \frac{2\pi a J}{R} \quad \text{wartość natężenia w elem.  $d\varphi$  w  $C$ }$$

### Nowe zadanie: przypadek II-gi

Z ogólnego twierdzenia o polu magn. prądów powróćmy do prawa Biot-Savarta, o polu magn. prądu prostoliniowego, a zwłaszcza



$\underline{Oz}$ : linia prądu  $J$

$\text{pl. (A)} \equiv xOz$

$\underline{P}$  p. wyznaczony

(B) pl. proz  $\underline{Oz}$  i  $\underline{P}$

(D) pl.  $Oyz$

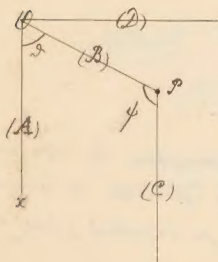
(C) pl. proz  $\underline{P}$  i pl. (A)

Przyp., że zamknijemy  
główny obwód  $Cl(J)$

leży w pł. (A). Podw. warstwa magn. Ampère'a leży zatem w pł. (A). Przerzamy (-) i (+) strony na (A) i prowadzimy normalną  $\vec{n}$ , która  $\perp \vec{Oy}$

$$\begin{aligned}\theta &= \text{kąt przestrzenny pow. (B) a (C) zawarty} \\ &= \text{pas wyciętany pow. (B) i (C) na pow. kuli o prom. = 1} \\ &\quad \text{zabierzonej dookoła P jako środka} \\ &= \text{kąt widzenia czołej (A) od } \underline{Oz} \text{ w stronę } +Ox \\ &\quad (\text{widzenia z p. P.})\end{aligned}$$

Mamy więc: patrząc z góry: (w przekroju poziomym)



$$\theta : 4\pi r^2 = \phi : 2\pi r$$

gdzie mamy założeń  $r=1$

$$\text{więc } \theta : 4\pi = \phi : 2\pi$$

$$\theta = 2\phi$$

$$\begin{aligned}\text{Wobec tego, jeśli wiadomo: } \mathcal{P}_P &= \mathcal{P} \cdot \theta \quad (\text{P moc wentyl}) \\ &= 2\mathcal{P} \cdot \phi \\ &= 2aJ \cdot \phi\end{aligned}$$

$$\text{Dalej } \phi + \theta = 180^\circ = \pi$$

$$\begin{aligned}\text{więc } \mathcal{P}_P &= 2aJ(\pi - \theta) \\ &= \text{const.} - \theta\end{aligned}$$

co zgadza się z danym wynikiem, wypr. z pr. Biota i Savarta



0 superpozycji pól, sprawianych przez pewną liczbę  
otworów prądu trwałego : uogólnienie prawa

Mamy  $O', O'', O''' \dots$

w których:  $J', J'', J''' \dots$  trwale, lewos.

$Z$  ma być zamknięta

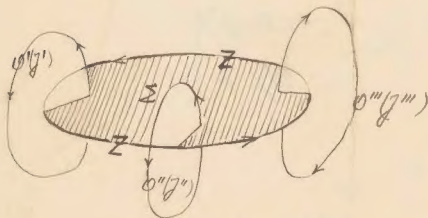
przechodząca w kierunku (+) względem  $O', O'', O''' \dots$

1-krrotnie spleciona z każdym:  $O', O'', O''' \dots$

Zakładamy wówczas:

$$\begin{aligned}\int_Z s(\vec{H}, d\vec{s}) &= 4\pi a (J' + J'' + J''' + \dots) \\ &= 4\pi a \sum_i J_i\end{aligned}$$

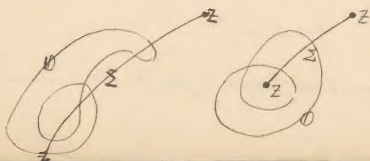
gdzie  $J' J'' J''' \dots$  przecinają wprost pewną powierzchnię  $\Sigma$  zbudowaną  
na  $Z$  (nie na  $O', O'', O''' \dots$ ). Obrócenie splecenia i wzajem-  
nej zależności kierunków biegnięcia (po  $Z$  i po otworach) nie zmie-  
nia się przez to.



3 otwory

$O' O'' O'''$

każdy 1-krrotnie sple-  
ciony z  $Z$  ( $\Sigma$ )



Otwory 2-w. lub kilka  
krrotnie splecione z  $Z$  ( $\Sigma$ )

Mozemy pokazać  $\Sigma$  niez-  
prz  $J$  dwukrotnie spleciony


Dotychczas: pole magn. prądów tworzących linie sił

Uogólniamy:

Założenie: Dzielina  $\Omega$  ograniczona  $\Omega$

W każdym  $d\Omega$  mamy wektor  $\vec{i}$  prądu

Jak w Rozdz. o El.-Kinetyce,

Przewodimy więzi prądu, jak w rozdz.   $\vec{i}$

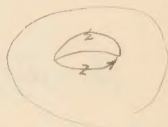
Mamy  $\vec{J} = \oint \sigma d\vec{s}(\vec{n}\vec{i})$ . gdzie  $\sigma$  prędkość wiązki

Jedki  $\sigma$  wekt. natł. przepływu:  $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{i}$

( $\vec{i}$  wektor,  $\vec{J}$  skalar)

Budujemy w  $\Omega$  otwartą powierzchnię  $\Sigma$

$\Sigma$ : Kontur tej  $\Sigma$



Zakładamy:

$$\int_{\Sigma} \vec{H} \cdot d\vec{s} = 4\pi a \iint_{\Sigma} d\vec{s} \cdot \vec{s}(\vec{n}\vec{i}) \quad \dots (*)$$

$\vec{n}$ : normalna do  $d\vec{s}$ , skierowana w sensie (+)

do kierunku krążenia po  $\Sigma$

W tym założeniu (\*)  $\Sigma$  dotyka miejsc, gdzie jest  $\vec{i}$  (po-  
biecznych); dłużej  $\Sigma$  nie dotyka prądów, lecz je obejmuje  
wokoło. Założenie (\*) może być w tym ujęciu dalej:

Równanie A; postać 1<sup>sta</sup>

Przyjmijmy w  $\Omega$  punkt  $P(x, y, z)$

Przez ten  $P$  prowadzimy pewną otw. pow.  $\Sigma$

dotyka  $P$  ..... orbity  $\Sigma$  (kontur  $\Sigma$ )

Wzrost twierdzenia Stokesa:

$$\iint_{\Sigma} d\vec{s} \cdot \vec{s}(\vec{n}, \text{curl } \vec{H}) = \int_{\Sigma} \vec{H} \cdot d\vec{s}$$



gdzie  $\vec{n}$  poprowadzona (+) względem  $d\vec{z}$  (rozp. Z)

Przechodimy do granicy. Z szereżamy do ?

Ponieważ tutaj  $\vec{z}$  i  $\vec{n}$  możemy poprowadzić dowolnie wiele  
Zatem z dowolnej strony równa

$$\iint_{\vec{z}} d\vec{z} \cdot \vec{n} (\text{curl } \vec{H}) = 4\pi a \iint_{\vec{z}} d\vec{z} \cdot \vec{n} (\vec{e})$$

wyprowadzamy, w granicy:

$$\text{curl } \vec{H} = 4\pi a \vec{e} \quad (A')$$

$\vec{H}'$  ... słaby prąd:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= 4\pi a i_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= 4\pi a i_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= 4\pi a i_z \end{aligned} \right\} (A')$$

Wiem (szereżyma) posiada prąd (A), grupy równań Maxwella  
fundamentalnych. Ogólniejszą podamy później. Wg. 29 post.

$\vec{H}$  i prąd i w danym miejscu po a X. dnia 5/6 1933

Uwagi: 1. pole  $\vec{H}$  nie jest statyczne. Słaby on było  
statyczne, mielibyśmy:

$$\vec{H} = -\nabla \phi(x, y, z)$$

$$\text{zatem } \text{curl } \vec{H} = -\text{curl}(\nabla \phi) = 0$$

Pole  $\vec{H}$  może być statyczne, tylko, gdy  $\vec{e} = 0$ : więc jakiś obwód  
superprzewodnik ponad d-magn. pole, słabszy funkcjonalny, nie  
od prądu.

11. Prąd  $\vec{I}$  w tyś równaniu (A') jest tworzy

Istotnie mamy zatem:

$$\operatorname{div}(\operatorname{curl} \vec{H}) = 4\pi a \cdot \operatorname{div} \vec{I}$$

a zatem

$$\operatorname{div} \vec{I} = 0$$

inne prąd jest tworzy

7. wz. potencjału wektorowego. Niech  $\Omega$  będzie obszarem  
przez prąd  $\vec{I}$  w każdym  $\Omega$ . Przypuścimy, że

(a) we wnętrzu  $\Omega$  stała  $\mu$  magn. jest ta sama, stała

(b) poza  $\Omega$  mamy we wnętrzu  $\vec{I} \equiv 0$ .

(c)  $\vec{I}$  jest tworzy; we wnętrzu  $\operatorname{div} \vec{I} = 0$ . Względnie  $\vec{I}$  w  $\Omega$  jest  
zamknięte; bieżą po  $\Omega$ ; na zewn. pow.  $\Sigma$  (które ogra-  
nicza  $\Omega$ ) mają być styczne, t.j. dotykać tylko  $\underline{\underline{d\Sigma}}$ , woko-  
łach  $\vec{I}$  :

$$s(\vec{n}\vec{I}) = 0$$

Przyp. dowodzący wektor  $\vec{A}$ . Mamy tożsamość:

$$(1) \quad \operatorname{curl}(\operatorname{curl} \vec{A}) = \nabla(\operatorname{div} \vec{A}) - \{ \vec{I}_x \nabla^2 x + \vec{I}_y \nabla^2 y + \vec{I}_z \nabla^2 z \}$$

(gdzie  $\vec{I}_x, \vec{I}_y, \vec{I}_z$  są 3 jednostk.  
wektorów hamiltona //  $\partial_x, \partial_y, \partial_z$   
(nie współrzędne ze składowymi  
 $i_x, i_y, i_z$  prądu  $\vec{I}$ )

$$\text{Zatóżmy: } \operatorname{div} \vec{A} = 0$$

$$\operatorname{curl} \vec{A} = \mu \cdot \vec{H}$$

Więc z (1)

$$\mu \cdot \operatorname{curl} \vec{H} = - \{ \vec{I}_x \nabla^2 x + \vec{I}_y \nabla^2 y + \vec{I}_z \nabla^2 z \}$$



Przy pomocy równań (A')

$$4\pi\mu\vec{i} = -\{\vec{i}_x \cdot \nabla^2 u_x + \vec{i}_y \cdot \nabla^2 u_y + \vec{i}_z \cdot \nabla^2 u_z\}$$

t.j

$$\left. \begin{aligned} 4\pi\mu i_x &= -\nabla^2 u_x \\ 4\pi\mu i_y &= -\nabla^2 u_y \\ 4\pi\mu i_z &= -\nabla^2 u_z \end{aligned} \right\} (**)$$

równania typu równania Poissona :  $\Delta p = -\nabla^2 \varphi$

Odwracamy zatem (\*\*), w znany sposób :

$\Omega : \Delta \Omega(\xi, \eta, \xi)$  punkt "cynny" lub "czarny"

$P(x, y, z)$  "wynajdowca" (wewn. lub zewn. ?)

$$r = \sqrt{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\xi)^2]}$$

$$\rho = \rho(\xi, \eta, \xi)$$

$$\varphi(p) = \iiint_{\Omega} \frac{\Delta \xi \Delta \eta \Delta \xi \rho(\xi, \eta, \xi)}{r}$$

Kładziemy zatem

$$A_x = \iiint_{\Omega} \frac{\Delta \Omega \cdot \mu i_x}{r}$$

$$A_y = \iiint_{\Omega} \frac{\Delta \Omega \cdot \mu i_y}{r}$$

$$A_z = \iiint_{\Omega} \frac{\Delta \Omega \cdot \mu i_z}{r}$$

gdzie składowe  $i_x, i_y, i_z$   
braku  $\vec{i}$  odpowiadają a  
miejscu  $(\xi, \eta, \xi)$  dziedzi-  
ny  $\Omega$  uważamy za  
funkcję  $(\xi, \eta, \xi)$   
 $\Delta \Omega = \Delta \xi \Delta \eta \Delta \xi$

$\vec{i}$  nazywamy potencjałem wektorowym przemieszczenia  $\vec{i}$  w  $\Omega$ ,

Dalsze uwagi nad potencjałem wektorjalnym  $A$

Mamy jako chróślenie :

$$\left( \frac{R}{1+x^2+y^2+z^2} \right) \cdot r = \rho(x,y,z)$$

$$dR = d\frac{1}{3} dy dz$$

$$i_x = i_0 \left( \frac{1}{3} y^2 \right)$$

$$r^2 = (x-\frac{1}{3})^2 + (y-\frac{1}{3})^2 + (z-\frac{1}{3})^2$$

$$(1) \quad A_x = \iiint_R \frac{dR \cdot \mu \cdot i_x}{r} = A_x(x,y,z)$$

i podobnie dla  $A_y$  i  $A_z$ .

1. Sprawdzimy, czy (1) czyniłaś warunki

$$(2) \quad \dots \dots \dots \operatorname{div} \vec{A} = 0$$

który a priori dla  $A$  przyjmujemy

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_x}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \iiint_R \frac{dR \cdot \mu \cdot i_x}{r} \\ &= \iiint_R dR \cdot \mu \cdot i_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) \\ &= - \iiint_R dR \cdot \mu \cdot i_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) \end{aligned}$$

$$\operatorname{div} \vec{A} = - \mu \left\{ i_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) + i_y \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{r} \right) + i_z \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned} &= - \mu \iiint_R dR \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \right) \right] \\ &= - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial i_x}{\partial x} + \frac{\partial i_y}{\partial y} + \frac{\partial i_z}{\partial z} \right) \\ &= \operatorname{div} \vec{i} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$= + \mu \iint_{\Sigma} d\vec{\Sigma} \frac{r(\vec{r})}{r}$$

$$= 0$$

$$\text{Z pkt. 2. i 3.}$$



11. Wskazujemy:  $\mu \vec{H} = \text{curl } \vec{A} \quad \dots \dots (3)$

Czy taka  $\mu \vec{H}$  spełnia przyjęte warunki:

(a)  $\text{div}(\mu \vec{H}) = \text{div}(\text{curl } \vec{A}) = 0$

(b)  $\mu \left( \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) = - \sigma A_z \quad (\text{skoro } \text{div } \vec{A} = 0)$   
 $= + \text{toraj } i_z$

powracamy zatem do równań grupy  $A^{(1)}$  Maxwella

Energia magnetyczna pola prądu krążącego

Zastędamy ją w  $d$  statycę, t.j. w polu prądu, energia magnetyczna elementu  $d\Omega$  wynosi

$$\frac{d\Omega}{8\pi} \mu H^2$$

Ten wyraz nie zawiera mas magn., } może zatem służyć do energii  
 systemu magn., }

Widziana  $\Omega$ , w której to prąd  $\vec{I}$ , ma mian.

(1)  $\dots \dots W = \frac{1}{8\pi} \iiint_V d\Omega \cdot \mu \cdot H^2$

Można tu też wyrazić

formułą

(2)  $W = \frac{1}{8\pi} \int_V d\Omega \cdot (\vec{H} \cdot \text{curl } \vec{A})$

Znana tożsamość wektorowa

$$\text{div}_r (\vec{A} \vec{H}) = r(\vec{H} \cdot \text{curl } \vec{A}) - s(\vec{A} \cdot \text{curl } \vec{H})$$

pozwała przepisać (2) jak następuje

$$W = \frac{1}{8\pi} \iiint_{\infty} d\Omega \cdot \operatorname{div}_v(\vec{A}\vec{H}) + \frac{1}{8\pi} \iiint_{\infty} d\Omega \cdot s(\vec{A}, \operatorname{curl} \vec{H})$$

Wzrost całość możemy za

$$= \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{8\pi} \iint_{\Sigma} d\Omega \cdot s(\vec{A}, \operatorname{curl} \vec{H})$$

gdy  $z$  oddala się do  $\infty$ . Na granicy  $= 0$ . Mamy

$$W = \frac{1}{8\pi} \iiint_{\infty} d\Omega \cdot s(\vec{A}, \operatorname{curl} \vec{H}), \quad \dots (3)$$

$$\operatorname{curl} \vec{H} = 4\pi a \vec{i} \quad \text{wsk}$$

$$W = \frac{1}{2} a \iiint_{\infty} d\Omega \cdot s(\vec{A}, \vec{i}) \quad \dots (4)$$

gdzie możemy w granicach całości zmienić  $\vec{i}$  do  $\vec{e}$  i po  $\vec{e}$  mamy i

Energia magnetyczna "wzajemna". Przyjmijmy dwa układy  
prądów:  $\Omega'(\vec{i}')$  oraz  $\Omega''(\vec{i}'')$ ,

W punkcie  $(x, y, z)$   $\Omega'(\vec{i}')$  generuje  $\vec{H}_1$   
 $\Omega''(\vec{i}'')$  generuje  $\vec{H}_2$

Wz. "wzajemna" energia  $(\Omega') - (\Omega'')$  jest

$$U = \frac{1}{4\pi} \iiint_{\infty} d\Omega \cdot \mu_s(\vec{H}_1, \vec{H}_2) \quad (1)$$

$$\mu \vec{H}_1 = \operatorname{curl} \vec{A}_1 \quad \text{wsk}$$

$$U = \frac{1}{4\pi} \iiint_{\infty} d\Omega \cdot s(\operatorname{curl} \vec{A}_1, \vec{H}_2)$$

$$= \frac{1}{4\pi} \iiint_{\infty} d\Omega \cdot s(\vec{A}_1, \operatorname{curl} \vec{H}_2) + \text{cała powierzchnia, którą możemy, jak wyżej, opuścić}$$

$$= \frac{1}{4\pi} \iiint_{\infty} d\Omega \cdot s(\vec{A}_1, \vec{i}'')$$



$$\text{albo} \quad U = a \int_{\Omega''} s(\vec{H} \cdot \vec{i}''), \quad \dots (2)$$

$\vec{H}$  utworzony we wnętrzu  $\Omega''$

wynikający przez  $\Omega'(\vec{i}')$ , jak widać z  $\mu \vec{H} = \text{curl } \vec{A}$

Obwody, prądów, linowe. Przypuścimy, że  $\Omega' \text{ i } \Omega''$  są to ob-

wody  $O', O''$  w których płynie  $J', J''$ . Mamy (jak wiadomo)

$$J'' \cdot d\vec{O}'' = \vec{i}'' \cdot d\vec{O}''$$

wiek energia wzajemna (2) przybiera postać

$$\begin{aligned} U &= a \int_{O''} s(\vec{H} \cdot J'' \cdot d\vec{O}'') \\ &= a J'' \int_{O''} s(\vec{H} \cdot d\vec{O}'') \end{aligned} \quad \dots (3)$$

$\vec{H}$  utworzony w każdym  $d\vec{O}''$

przechodzi od źródła  $O'(J')$ .

Według twierdzenia Stokesa, z (3), jeżeli  $S''$  zbudowana na  $O''$

$$U = a J'' \iint_{S''} dS'' s(\vec{n} \cdot \text{curl } \vec{A})$$

$$= a J'' \iint_{S''} dS'' s(\vec{n} \cdot \mu \vec{H})$$

$$= a J'' Q_1'' \quad \begin{aligned} &\text{(4) gdzie } Q_1'' \text{ strumień indukcji magn.,} \\ &\text{przez } S'' \text{ (zbudowanej na } O'') \text{ i pochodzący} \\ &\text{z źródła } O'(J') \end{aligned}$$

Zupełnie podobnie otrzymamy, przeciwnie

$$U = a J' Q_1'' \quad (5) \left\{ \begin{array}{l} Q_1'' \text{ przez } S' \\ \text{od } O''(J'') \end{array} \right.$$

Mamy zatem:  $aJ''Q_1' = aJ'Q_1''$

$$J''Q_1' = J'Q_1'' \quad \dots \dots \dots (6)$$

Piszemy, jak dawniej

$$Q_1'' = aJ'q_1''$$

$$Q_1' = aJ''q_1'$$

} gdzie  $q_1$  są (w sensie  
krytycznym znaczenia)  
strumieniami jednostkowymi

Wobec tego, z (4) i (5)

$$(1) = aJ'' \cdot aJ'q_1'' = aJ' \cdot aJ''q_1'$$

$$= a^2 J'J''q_1'' = a^2 J'J''q_1' \quad \dots \dots \dots (8)$$

Stąd widać, że:  $q_1'' = q_1'$

3).

Założmy, jako definicję:

$$\mu_{12} = a^2 q_1'' = a^2 q_1' \quad \dots \dots \dots (10)$$

Mamy wówczas:

$$U = \mu_{12} J'J'' \quad \dots \dots \dots (11)$$

Nazwijemy  $\mu_{12}$  współczynnikiem indukcji wzajemnej  $C_1' i C_2''$   
Jest nie zależny od  $J'$  i od  $J''$ ; zależny od  $\mu$  i od geometrycznego układu.

{ Zadanie wykaż to

$$\mu_{12} = a^2 \mu \int_{C_1'} \int_{C_2''} \frac{r(dC_1' \cdot dC_2'')}{r_{12}^3}$$

gdzie  $r_{12}$  jest (skalarne) minimum odległości  $dC_1'$  i  $dC_2''$  }  $(dC_1' \cdot dC_2'')$

Energia magnetyczna ciałowata względem dwóch obwodów bieżących:

$$W = W' + W'' + U_{12}$$

gdzie  $W'$  jest en. magn. własna obwodu  $C_1'$ ,

$W''$  en. magnetyczna siła stwardnia  $O''(J''$

$U_{1,0}$  en. wzajemna stwardnia  $O'$  i  $O''$  jak wyżej.

Mozna rozumieć np.  $W'$  jako "wzajemną" stwardnia  $O'$  względem samego siebie; zatem piszemy

$$\begin{aligned} W' &= \frac{1}{2} \mu_{11} J'^2 \\ \text{podobnie: } W'' &= \frac{1}{2} \mu_{22} J''^2 \end{aligned} \quad \begin{cases} \text{dodałoby } \frac{1}{2} \text{ dla} \\ (2) \text{ zgodności} \\ \text{podobnie} \end{cases}$$

{ Wskazać:  $W' = \frac{1}{2} a \int_{O'} s(J', \vec{A}', d\vec{O}')$ ; ten wzór otrzymamy z (4) p. 15, ograniczając całkę do  $\Omega'$  i pisząc  $d\Omega' \cdot \vec{r} = J' \cdot d\vec{O}'$

Zatem 
$$W' = \frac{1}{2} a J' \int_{O'} s(\vec{A}', d\vec{O}')$$

$\vec{A}'$  utwórzmy w dowolnym  $d\vec{O}'$

pochodzi od  $J'$  w całym  $O'$ . Mamy zatem, jak poprzednio (p. 16,

$$W' = \frac{1}{2} a J' Q', \quad \dots \quad (3)$$

$Q'_1$  poza  $S'$  (zobudowany na  $O'$ )  
od  $O'$  (samego siebie

Wzrost ma  $Q'_1 = a J' q'_1 \quad \dots \quad (4)$

otrzymamy  
z (3):

$$\begin{aligned} W' &= \frac{1}{2} a^2 q'_1 J'^2 \\ &= \frac{1}{2} \mu_{11} J'^2 \end{aligned}$$

gdzie  $\mu_{11} = a^2 q'_1$  i nie ma nic do  $J'$  }

Powracając do 1 u doświ p. 17



$$W = \frac{1}{2} p_{11} J'^2 + p_{12} J' J'' + \frac{1}{2} p_{22} J''^2$$

$p_{11}, p_{22}$  współczynniki indukcji własnej (autoindukcji)  $\mathcal{O}', \mathcal{O}''$

$p_{12}$  współczynnik indukcji wzajemnej  $\mathcal{O}'$  i  $\mathcal{O}''$  względem siebie  
 są zależne od  $\mu$  i od geometrii konformacji, układu.

{ W układzie rz obwodów

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n p_{kj} J_k J_j$$

przyjm.  $p_{kj} \equiv p_{jk}$  i z tym zastrzeżeniem  $W$  jest ogólną formą kwadratów prądów  $J_k, J_j$  }

## Rozdział VI: O zjawiskach indukcji

Faraday 1831: gdy obwód  $\mathcal{O}'$  (metaliczny, jednolity, jednorodny, w którym, w danym momencie, nie ma prądu) porusza się względem linii pola słabo magnety.  $H''$ , lub względem prądu obw. prądu  $J''$  w obwodzie  $\mathcal{O}''$ , - w tym  $\mathcal{O}'$  b. d. się prąd przeciwnie idący, t. zw. indukowany, który znika, skoro ruch ustaje.

Ruch  $\mathcal{O}'$  względem pola  $H''$ .

Przypominamy z Rozdz. III, że, gdy w obwodzie  $\mathcal{O}$ , mamy prąd  $R$ , idzie ciężej, niż dla moleny  $X$ , przynajmniej prąd  $J$ , wówczas, w jed. momencie czasu, na przyrost energii idzie praca  $= + JX$   
 na ciepło Joule'a idzie strata  $= RJ^2$

Jeżeli  $\mathcal{O}$  nieruchomy, bez indukcji, mamy

$$RJ^2 = JX \quad \text{t.j. } RJ = X \quad \text{albo}$$

$$\frac{d}{dt} W^{(e)} = JX - RJ^2 = 0, \quad W^{(e)} = \text{const. w czasie}$$

Przyjmijmy  $O'$  oraz  $M''$ . Bez trudu wględne, poprzednie prace porównajemy w mocy. Przyjmijmy teraz ruch względny  $O'$  względem  $M''$  (lub  $M''$  względem  $O'$ ); pojawią się  $J'$  w  $O'$ .

Zakładamy: że ciepło Joule'a, w 1<sup>sz</sup> czasie, wynosi ilość:  $R'J'^2$   
 że praca w obwodzie, w 1<sup>sz</sup> czasie, wynosi ilość:  $-J'X'$   
 że energia elektryczna układu nie zmienia się  
 że praca  $J'X'$  zużywa się nie tylko na ciepło Joule'a  
 ale również na pracę, wyrost  
 mechaniczną, związaną z ruchem  
 że ta praca "mechaniczna" wynosi, w 1<sup>sz</sup> czasie:  $J' \frac{dQ''}{dt}$

gdzie  $Q''$  jest strumień magn. ind. przez  $S$  skut. osłona,  
 na  $O'$  a pochodzący od  $M''$

Mamy zatem

$$(1) \dots J'X' = R'J'^2 + J' \frac{dQ''}{dt}$$

$$(2) \dots R'J' = X' - \frac{dQ''}{dt}$$

Wojciechowski pisał w 1848 roku (Helmholtz, Kelvin 1848). Dodatkowy  
 wyraz  $-a \frac{dQ''}{dt}$  nazywamy "elektromotoryczną siłą indukcji".

Inna postać twierdzenia. W nadziei o prądzie  $J$  w otworze  $O$ ,  
 przyjmując wektor  $\vec{E}$  w elemencie  $d\vec{l}$  obwodu, możemy uzyskać

$$(3) \dots RJ - X = \int_0 s(\vec{E}, d\vec{l})$$

a zatem (2) można wyrazić: (opuszczając akcenty)

$$(4) \dots \int_0 s(\vec{E}, d\vec{l}) = -a \frac{dQ}{dt}$$

gdzie niema już  $R$  ani  $J$  ani  $X$ . (W (4) słowo jest ważne w 2. człoku)

Wszystkie wyznaczy powyższe trygony są prądów trwałych, kiedy nie, ani  $\tau$ , ani  $J$ , nie zależą od czasu.

Obszernie wchodzi wyraz  $-a \frac{dQ}{dt}$ , współmiernie zależny od czasu. Mamy więc teraz  $J = J(t)$ ; ale  $J$  musi być jedyn, jednolity, w całym obwodzie  $\odot$ . Prąd ten nazywamy "prąd gwałtowny".

Uogólnienie. Bez względu na pochodzenie pola magn.  $\vec{H}$  bez względu na to, dlaczego to pole zmienia się z  $t$  (a zatem i  $Q$  zmienia się z czasem)

$$\text{mamy zawsze } R'J'_{\text{ind.}} = -a \frac{dQ'}{dt} \quad \text{w } \odot'(S')$$

Pole  $\vec{H}$  może np. pochodzić z obrotu  $\vec{H}''$

z obrotu (inaczej)  $\odot''$  w którym mamy  $J''$

można i samego  $\odot'$  w którym  $J'$  (indukcyjna)

Zmiana  $Q'$  może wynikać np. z ruchu  $\odot'$  wzgl. pola

z ruchu pola wzgl.  $\odot'$

ze zmian  $\mu$  (np. zblizamy żelazo)

ze zmian wartości  $J''$  lub  $J'$

z deformacji  $\odot'$  lub  $\odot''$  itd. itd.

Dwa obwody, powiądzone:

$$\begin{array}{cccc} \odot' & J' & R' & X' \\ \odot'' & J'' & R'' & X'' \end{array}$$

$J'$

$\odot'' J''$

Całkowity przepływ przez  $S'(\odot')$ , powiądzone  $Q'$ , jest

$$Q' = Q'_1 + Q''_1$$

(od  $\odot'$ ) (od  $\odot''$ )  
(samego) (całkow.)

$$= aJ'_1 q'_1 + aJ''_1 q''_1$$

$$= \frac{1}{a} \{ \mu_{11} J' + \mu_{12} J'' \}$$



Mamy zatem

$$(1,1) \quad \alpha Q' = p_{11} J' + p_{12} J'' \quad ; \text{ i podobnie}$$

$$(1,2) \quad \alpha Q'' = p_{12} J' + p_{22} J''$$

Energia magnetyczna układu

$$(2) \quad W^{(m)} = \frac{1}{2} p_{11} J'^2 + p_{12} J' J'' + \frac{1}{2} p_{22} J''^2$$

Hypotetycznie, domyślnie, przypuszczamy, że praca  $\alpha Q$ , wykonana nad dwiema słowami, lub nad dwiema elementami (deformującymi się) otworów, w czasie  $dt$ , na wzór poprzedni

$$(3) \quad \frac{1}{2} J'^2 \frac{dp_{11}}{dt} dt + J' J'' \frac{dp_{12}}{dt} dt + \frac{1}{2} J''^2 \frac{dp_{22}}{dt} dt$$

i tę pracę uważamy jako mechaniczną

W czasie  $dt$  mamy stratę energii (przypuszczamy to)

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} w O' \dots R' J'^2 dt \\ w O'' \dots R'' J''^2 dt \end{array} \right.$$

W tym samym czasie mamy zyski energii zrewersztu

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} w O' \dots J' X' dt \\ w O'' \dots J'' X'' dt \end{array} \right.$$

Zbierając (1), (2), (3), (4), (5):

$$(6) \quad dt \{ R' J'^2 + R'' J''^2 - J' X' - J'' X'' \} +$$

$$+ dt \left\{ \frac{1}{2} J'^2 \frac{dp_{11}}{dt} + J' J'' \frac{dp_{12}}{dt} + \frac{1}{2} J''^2 \frac{dp_{22}}{dt} \right\} =$$

$$= - dt \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} p_{11} J'^2 + p_{12} J' J'' + \frac{1}{2} p_{22} J''^2 \right\} = - \frac{dW^{(m)}}{dt} dt$$

Zakładamy tu jeszcze mierzalność, że energia delfizna nie ucieka

w zjawisku; dla wierzchołka prądu jest to zaobserwowane bardzo blisko prawdy.

Aby sprawdzić (6), przypuszczamy prawa Faradaj Helmholtz-Kelvin

$$(7) \quad \begin{aligned} R'J' - X' &= -a \frac{dQ'}{dt} \\ R''J'' - X'' &= -a \frac{dQ''}{dt} \end{aligned}$$

kapit. 2 (1).

$$(8) \quad \begin{aligned} R'J' - X' &= -\frac{d}{dt} (\mu_{11}J' + \mu_{12}J'') \\ R''J'' - X'' &= -\frac{d}{dt} (\mu_{12}J' + \mu_{22}J'') \end{aligned}$$

Zatem lewa strona równania (6) wynosi

$$\begin{aligned} &= - \left\{ J' \frac{d}{dt} (\mu_{11}J' + \mu_{12}J'') + J'' \frac{d}{dt} (\mu_{12}J' + \mu_{22}J'') \right\} \\ &\quad + dt \left\{ \frac{1}{2} J'^2 \frac{d\mu_{11}}{dt} + J'J'' \frac{d\mu_{12}}{dt} + \frac{1}{2} J''^2 \frac{d\mu_{22}}{dt} \right\} \\ &= dt \left\{ -J'^2 \frac{d\mu_{11}}{dt} - J'J'' \frac{d\mu_{12}}{dt} + \frac{1}{2} J'^2 \frac{d\mu_{11}}{dt} \right. \\ &\quad \left. - J''^2 \frac{d\mu_{22}}{dt} - J'J'' \frac{d\mu_{12}}{dt} + \frac{1}{2} J''^2 \frac{d\mu_{22}}{dt} \right. \\ &\quad \left. - J'J'' \frac{d\mu_{12}}{dt} - J'J'' \frac{d\mu_{12}}{dt} - J'J'' \frac{d\mu_{12}}{dt} - J'J'' \frac{d\mu_{12}}{dt} + J'J'' \frac{d\mu_{12}}{dt} \right\} \\ &= dt \left\{ -\frac{1}{2} J'^2 \frac{d\mu_{11}}{dt} - \mu_{11} J' \frac{dJ'}{dt} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} J''^2 \frac{d\mu_{22}}{dt} - \mu_{22} J'' \frac{dJ''}{dt} \right. \\ &\quad \left. - J'J'' \frac{d\mu_{12}}{dt} - \mu_{12} \left[ J' \frac{dJ''}{dt} + J'' \frac{dJ'}{dt} \right] \right\} \\ &= -\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} \mu_{11} J'^2 + \frac{1}{2} \mu_{22} J''^2 + \mu_{12} J'J'' \right\} dt = -\frac{dW^{(m)}}{dt} dt \end{aligned}$$

Równanie (6) jest więc sprawdzone

Zadaniem przyjętą czynią zadanie zeszednie zadawanie energii

Przypadek szczególny: jeden obwód.

Rozprężmy  $\odot$ : nieruchomy względem stacjonarnego  
sytuacji, nie ulegający deformacji

Jeżeli znamy (w dowolny sposób)  $J$ , zmierzmy też pole własne  
magnetyczne i mamy zjawisko samo-indukcji

Mamy:

$$RJ - X = -a \frac{dQ}{dt} \quad \dots (1)$$

i tutaj, oznaczenia są one

$$\begin{aligned} Q &= a J \\ &= \frac{1}{2} J \cdot \mu \end{aligned} \quad \dots (2)$$

$\mu$  współczynnik indukcji własnej  $\odot$ ; to poleżony np.  $\mu$  dla  $\odot$

$\mu$  obecnie nie jest zmienną, zależy tylko od natury obwodu

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{2} \mu \frac{dJ}{dt} \quad \text{wg. 2 (1) mamy:}$$

$$(*) \quad \dots \quad \mu \frac{dJ}{dt} + RJ = X$$

klasyczne równanie zjawiska indukcji własnej

(\*) może być ujęte rozmaicie,

zależnie od założenia

(o warunkach zjawiska)

np.



# Indukcja w łasce w obwodzie $\square$

Równanie zastępcze:  $L \frac{dJ}{dt} + RJ = X \quad \dots (1)$

1. Przypuścimy, że  $X = \text{const.}$

Następnie  $RJ - X = K \quad \dots \dots (2)$

z (1):  $L \frac{dK}{dt} + K = 0$

$$\frac{dK}{dt} = - \frac{K}{L} = - \frac{K}{\tau} \quad \dots (3)$$

Jeżeli  $J = \frac{X}{R} \dots (4)$ :  $J$  musi zmniejszać powoli okres czasu:  $\tau = L/R$  (3)

Ciekawie (3)  $K = K_0 \cdot e^{-t/\tau}$

(2):  $RJ - X = (RJ_0 - X)e^{-t/\tau} \quad \dots (5)$

gdzie  $J_0 = J(t=0)$

(a) Przypuścimy, że zamknięliśmy obwód  $\square$  w chwili  $t=0$

W tej chwili nie było w  $\square$  prądu:  $J_0 = 0$

$$RJ - X = -X e^{-t/\tau}$$

$$RJ = X(1 - e^{-t/\tau}) \quad \dots (6)$$

Dla  $t=0$  mamy  $RJ=0$

Dopiero dla  $t=\infty$  mamy  $RJ_\infty = X$ : przed dołączeniem do szeregu Ohmowskiej wartości, dopiero po  $t=\infty$

(b) W chwili  $t=0$  przypuścimy, że  $J_0$  jest (dużym); w tej chwili wydrzamy nagle spór z  $\square$ ; zatem  $X=0$  i natychmiast  $a=0$ . Mamy wówczas z (5):

$$J = J_0 e^{-t/\tau}$$

Po czasie  $t=\infty$ , przed  $J$  spada do zera

jest to zgodne z prawem Ohma

Wyzmiarach stosunku  $\mathcal{I} = \frac{\mu}{\mathcal{R}}$ . Wniosek.

Sprężystość  $\mu$  (dawniej  $\mu_n$ ) ma takie same wymiary jak  $\mu_{12}$  i  $\mu_{21}$

$$\mu_{12} = a^2 \mu \int_{\sigma_1} \int_{\sigma_2} \frac{r(\overline{d\sigma_1} \cdot \overline{d\sigma_2})}{r}$$

a zatem sprężystości indukcyjne są

$$[\mu] = [a^2 \mu] \cdot L \quad \dots (1)$$

gdzie  $L$  wymiar długości.

Opór  $\mathcal{R}$  wzdłuż prądu wynosi

$$\mathcal{R} = \int_0 \frac{d\sigma}{\sigma \cdot 2}$$

gdzie  $\sigma$  = poprzeczne przekroje jest  $L^2$ ; więc

$$[\mathcal{R}] = \frac{L^{-1}}{[2]} \quad \dots (2) \quad \text{poprzeczne przekroje wyrażone (prawa Ohma)}$$

Czas skuteczna elektrycznego u przewodnika jest

$$\mathcal{T} = \frac{\varepsilon}{4\pi 2} \quad \text{gdzie } \varepsilon \text{ stała dielektryczna}$$

$$\text{więc } \frac{1}{2} = \frac{4\pi \mathcal{T}}{\varepsilon} \quad \text{więc } 2(2)$$

$$[\mathcal{R}] = \frac{1}{[\varepsilon]} L^{-1} \mathcal{T}^{-1} \quad (3) \quad \text{gdzie } \mathcal{T} \text{ wymiar czasu}$$

Połączmy (1) i (3)

$$\begin{aligned} [\mathcal{I}] &= \left[ \frac{\mu}{\mathcal{R}} \right] \\ &= \frac{[a^2 \mu] \cdot L}{\left[ \frac{1}{\varepsilon} \right] L^{-1} \mathcal{T}^{-1}} = [a^2 \mu \varepsilon] \cdot L^2 \mathcal{T}^{-1} \end{aligned}$$

Pomiar  $\epsilon$  musi być wyrażeniem czasu (str. 25), zatem

$$[a^2 \mu \epsilon] L^2 \gamma^{-1} = \gamma^{-1}$$

$$[a^2 \mu \epsilon] = L^{-2} \gamma^{-2}$$

Wobec tego  $a^2 \mu \epsilon$  musi mieć wymiar: odwrotności kwadratu prędkości.  
Ważna uwaga, na którą powróćmy w późniejszej.

Uwagi energetyczne o bezstrupym zjawisku indukcji atomowej

Przypadek (1) (a) p. 25:  $X = \text{const.}$

$$J_0 = 0$$

Całkowity wzrost energii na ośrodku Joule'a w otoczeniu  $\mathcal{Q}$  wynosi:

$$\int_0^\infty R J^2 dt \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{od } t=0 \\ \text{do } t=\infty \end{array} \right.$$

Całkowity przepływ energii podlegający z prądem w ognisku

$$\int_0^\infty J X dt$$

Owicz

$$\int_0^\infty R J^2 dt - \int_0^\infty J X dt = \int_0^\infty (R J - X) \cdot J dt$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{wstaw (1)} \\ \text{p. 25} \end{array} \right\} = - \int_0^\infty \mu \frac{dJ}{dt} \cdot J dt$$

$$(\mu \text{ nie zależ. od } t) = - \int_0^\infty \mu J dJ$$

$$= - \int_0^\infty \frac{1}{2} \mu J^2$$

$$(\text{któr. } J_0 = 0) = - \frac{1}{2} \mu J_\infty^2$$

$\frac{1}{2} \mu J^2$  jest magnetyczną energią (własną) prądu  $J$   
a zatem: praca wykonana w ognisku (przez  $X$ ) idzie na zniszczenie

cele, na dwa wydatki :

$$\text{praca } (X) = \text{wydatków na ciepło Joule'a} + \\ + \text{magazynowanie energii magnetycznej } \frac{1}{2} \mu J_{\infty}^2$$

Skądby mógł być trzeci, Oknoński, drugiego wyrazu nie byłoby wcale.  
To nam jasno tłumaczy istoty zjawisk indukcji

$$\text{Przypadek (1)(b) p. 25 : } X = 0 \text{ stałe} \\ \int_0^{\infty} \text{dowolny}$$

Pracy przy el.-mot.  $X$  można wcale ; ogólnie wyrażone

$$\int_0^{\infty} R J^2 dt = - \int_0^{\infty} J \cdot \mu \frac{dJ}{dt} dt \\ = - \mu \int_0^{\infty} J dJ \quad (J_{\infty} = 0 \text{ zawsze,}) \\ = + \frac{1}{2} \mu J_0^2$$

Cała energia magnetyczna przekształca prąd  $\frac{1}{2} \mu J_0^2$  (w  $t=0$ ) w.  
cierpiąc w tym przypadku na ciepło Joule'a. Kiedy cały  
zapas energii  $\frac{1}{2} \mu J_0^2$  wyczerpie, zjawisko w kółkach ; istoty  
prądu jest właśnie dysypacja tej energii, nieodwracalne jej  
rozprzescenie, zamiana na ciepło.

Nowy przypadek indukcji własnej.

Przyjmijmy, że siła el.-mot.  $X$  jest zmienna według prawa  
zmienności harmonicznej prostej

$$X = A e^{i n t}$$

$A$  - amplituda zmienności  $X$  (niezmienna, stała)

$n$  - częstość, t.j.w. kątowa (---)

$$\xi = \sqrt{i}$$



Równanie (1) p. 25, przesunięcie w argumentu, daje

$$\mu \frac{dJ}{dt} + RJ = Ae^{int} \quad \dots (1)$$

Równanie "zredukowane" :  $\mu \frac{dJ}{dt} + RJ = 0 \quad \dots (2)$

a) Przec  $f(x) = \mu x + R \quad \dots (3)$

mamy  $f(x) = 0$

$$x = \frac{R}{\mu}$$

$$J = C e^{-\frac{R}{\mu} t}$$

} dla  $X=0$

"Organie swobodne"

które dodaje tej zawrze

superponuje się na wymuszone

b) Organie "wymuszone". Jeżeli tylko in nie jest przeważającym  
równaniem  $f(x) = 0$ , wówczas w organie wymuszone

$$\begin{aligned} J &= \frac{Ae^{int}}{f(in)} \\ &= \frac{Ae^{int}}{R + in\mu} \\ &= \frac{(R - in\mu) Ae^{int}}{(R - in\mu)(R + in\mu)} \\ &= \frac{(R - in\mu) \cdot Ae^{int}}{R^2 + \mu^2} \end{aligned}$$

Zadziwmy:

$$(R - in\mu) Ae^{int} = B \cdot e^{int(\alpha + \beta)}$$

Mówimy, że między zmiennymi  $J$  a zmiennymi  $X$  (w całości) zachodzi

"różnica fazy"  $= \beta$

$$(R \sin \beta) A e^{i \omega t} = B \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i \beta}$$

$$(R \sin \beta) A = B (\cos \beta + i \sin \beta),$$

$$R A \cos \beta = B \cos \beta$$

$$- n A \sin \beta = B \sin \beta$$

$$\tan \beta = - \frac{n A}{R} = - n \beta \quad (\text{gdzie: } \beta \text{ dany jest (4) p. 25})$$

$$(R^2 + n^2 \beta^2) A^2 = B^2 \quad \text{wzr}$$

$$B = A \sqrt{R^2 + n^2 \beta^2}$$

Przejdźmy do  $J$

$$\begin{aligned} J &= \frac{B e^{i \omega t} e^{i \beta}}{R^2 + n^2 \beta^2} = \frac{A \sqrt{R^2 + n^2 \beta^2} \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i \beta}}{R^2 + n^2 \beta^2} \\ &= \frac{A \cdot e^{i \omega t}}{\sqrt{R^2 + n^2 \beta^2}} e^{i \beta} \\ &= \frac{X e^{i \beta}}{\sqrt{R^2 + n^2 \beta^2}} \end{aligned}$$

Ignorując znak w indeksie, możemy:

$$X = A e^{i \omega t}$$

$$R J = X; \text{ zatem } J = \frac{A}{R} e^{i \omega t}$$

amplituda prądu bezładny  $\frac{A}{R}$

ciężkość . . . . .  $n$

wzrost fazy . . . . .  $= 0$

Wzrędnymy indukcyj, mamy

$$X = L e^{i\omega t}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} e^{i(\omega t + \beta)}$$

$$\text{amplituda prądu jest } I_{\text{eff}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\text{częstota } \omega = n$$

$$\text{różnica faz wynosi } \beta, \text{ gdzie } \tan \beta = - \frac{\omega L}{R}$$

Heaviside nazwał to  $\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$  "impedancją" (co jest doł.  
miejscu przesłaniania); jest to nie, poprzednio  $\tan \beta$  przez  $R$ .

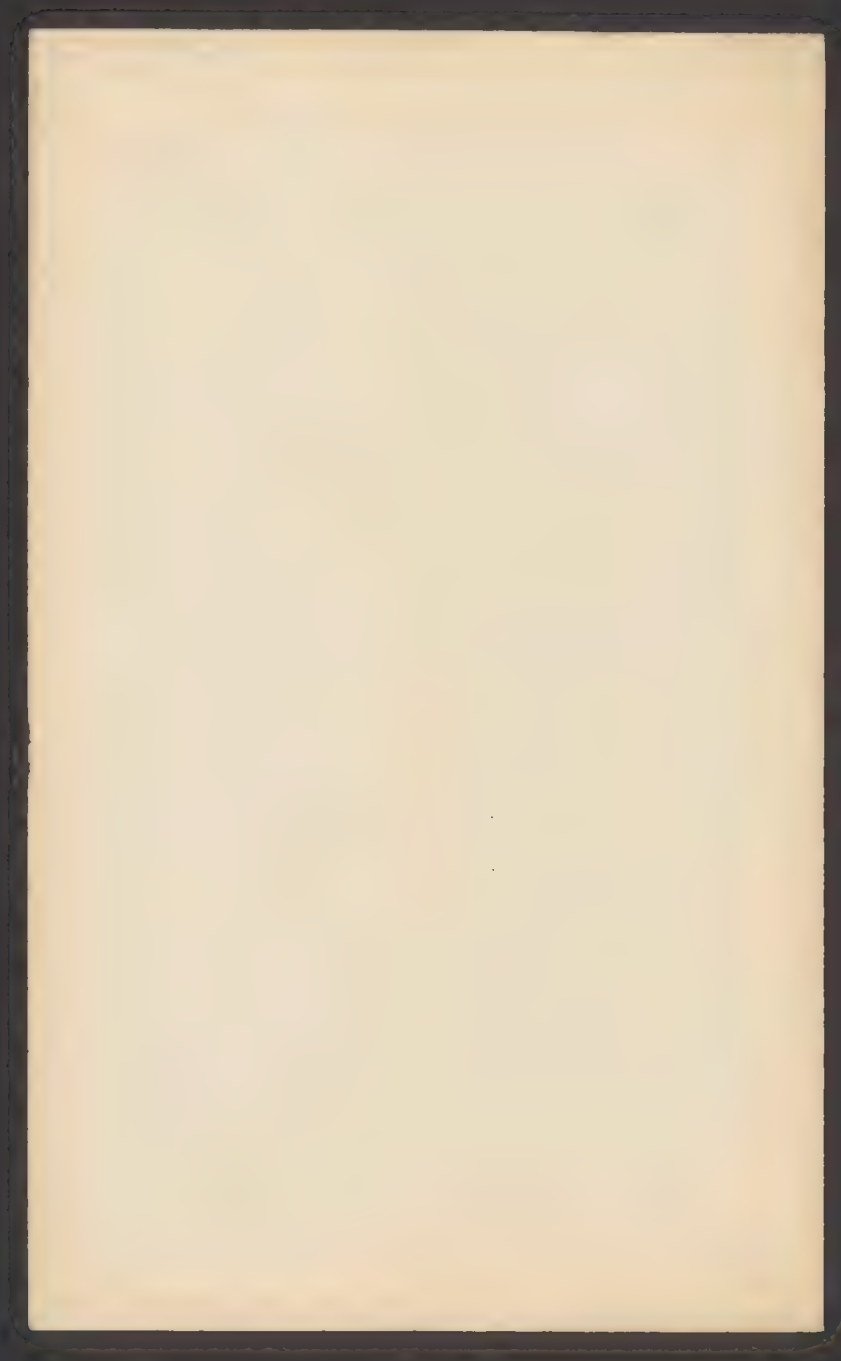
$$\begin{aligned} \text{Impedancja} &= \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \\ &= R \sqrt{1 + \tan^2 \beta} \\ &= \frac{R}{\cos \beta} \end{aligned}$$

Zadanie. Obliczyć ciepło Joule'a wydzielone w obwodzie w prze-  
biegu  $k$  okresów  $T$ , gdzie  $T = \frac{2\pi}{n}$

Ciepło to wynosi

$$= \frac{1}{2} \frac{U^2}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} k T \cos \beta$$

Ciepło  $\beta$  możemy także  $k\pi$  ( $R$  możemy mieć) w tym samym  
czasie Joule'a - mamy



## Lampka indukcyjna w dwóch obwodach

Przyjmijmy obwody  $\mathcal{O}'$  i  $\mathcal{O}''$  (sztywne; deformacji ich nie ma)

Sprężystości indukcyjne:  $\mu_{11}, \mu_{12}, \mu_{22}$  nie zależą od  $t$

Prądy, w chwili  $t$ :  $J' = J'(t)$  ;  $J'' = J''(t)$

Strumienie indukcyjne:

$$\alpha(t)' = \mu_{11} J' + \mu_{12} J''$$

$$\alpha(t)'' = \mu_{12} J' + \mu_{22} J''$$

Zasadnicze prawa indukcyjne (Faraday - Helmholtz - Kelvin) dają

$$\mu_{11} \frac{dJ'}{dt} + \mu_{12} \frac{dJ''}{dt} + R' J' = X'$$

$$\mu_{12} \frac{dJ'}{dt} + \mu_{22} \frac{dJ''}{dt} + R'' J'' = X''$$

(gdzie oznaczenia są oczywiste);

(1) całkowicie takich układów wery Teoria Kierm Riem. zupewnia

Przypadek 1. Przyjmijmy:  $X' = \cos t$   
 $X'' = \cos t$

(zaświadczenie, że układ jest wery T. R. K., jest

$$R' J' - X' = A' e^{-\alpha t} + B' e^{-\beta t}$$

$$R'' J'' - X'' = A'' e^{-\alpha t} + B'' e^{-\beta t}$$

{ Bierzemy za zmienne.

$$x_1 = R' J' - X'$$

$$x_2 = R'' J'' - X''$$

Wstawiamy za  $x_1, x_2$ :  $C_1 e^{\alpha t}$ ,  $C_2 e^{\beta t}$

Otrzymujemy dwa równania zwyczajne.  $\gamma, C_1, C_2$

Z tych otrzymujemy równanie kwadratowe dla  $\gamma$ , skąd  $\gamma = \dots$



$$\text{or. } R', R'', p_{11}, p_{12}, p_{22}$$

To równanie daje dwa rozwiązania (stałe ujemne)  $\gamma_1, \gamma_2$

$$\text{Kładąc } \gamma_1 = -\alpha \quad \gamma_2 = -\beta$$

otrzymujemy powyższe wzory }

Przypadek szczególny :  $X'' = 0$

Mamy :  $J'$  przed poruszeniem

$J''$  ... złożony

Gdyamytamy i znów stwierdząmy  $\mathcal{O}'$ , mamy w  $\mathcal{O}''$  przed  $J''$

Schemat induktora, cewki indukcyjnej itp.

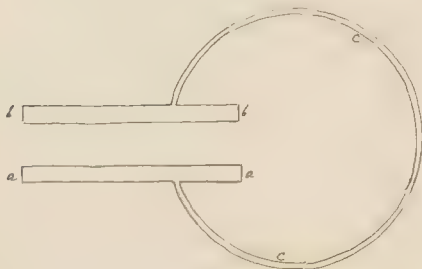
Przypadek II. Jeżeli  $X' = A \sin nt$

$$X'' = 0$$

mamy wówczas schemat 1. rz. transformatora

Kelvin teoria wpływu uziemienia na kondensatora.

Mówiliśmy dotychczas o zjawiskach indukcji w obwodach ściśle zamkniętych. Lord Kelvin (1855) porwał po raz pierwszy dalej i wskazał drogę sprawnego, ścisłego uzupełnienia



Kondensator płaski :  
aa, bb

! W równoważce d-stab.:

aa : pojemność  $P_a$   
Równoważenie  $Q_a$

bb : pojemność  $P_b$   
Równoważenie  $Q_b$

W przypadku równowagi.

$$Q_a = K(P_a - P_b)$$

$$Q_1 = K(\phi_b - \phi_a)$$

К pojemnoh / d / e n d

Energia elastica:  $W^e = \frac{1}{2} K (\varphi_2 - \varphi_1)^2$

Wirze  $|\varphi_a - \varphi_b| = \varphi$   $|\varphi_a| = |\varphi_b| = \varphi$

many rats

$$\varphi = K \varphi$$

$$W^2 = \frac{1}{2} K \varphi^2$$

2) Gdy podczytujemy aa i bb przez cc, mamy prz

$$J = - \frac{dQ}{dt} = - K \frac{dy}{dt} > 0$$

3)  $\text{C}_{10}\text{H}_8$  would be, we write it:  $\text{R}_7^2 \text{H}$

W cse nie ma ogniw int., więc  $X=0$

Obwohl es nie passiert ist, mit Reformen ist

4) Prędkość masy, a energia magn. własna prądu  $I$  jest

$$W^{(20)} = \frac{1}{2} \mu_f^{17.2}$$

gdzie  $\mu$  jest nie jedyne, gdyż obwód nie jest zamknięty i  $\oint$  nie od razu jest 0, bo jest mały.  $\oint$  jest (w 1. przybliżeniu) = 0. Obwód co do tegoż do czasu

Zasada załadowania energii :

$$R \dot{J}^2 dt = - \frac{d}{dt} (W^{(m)} + W^{(e)}) dt$$

Dotyczy zamieszkania  $\frac{1}{2}$  p.p.; tutaj odpowiedź nie można.

$$R\dot{\gamma}^2 dt = - \left( \beta \dot{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} + \kappa \varphi \frac{d\varphi}{dt} \right) dt$$

$$LJ \frac{dJ}{dt} + K\varphi \frac{d\varphi}{dt} + RJ^2 = 0$$

14.  $J = -K \frac{d\varphi}{dt}$  wtr

$$LJ \frac{dJ}{dt} - \varphi J + RJ^2 = 0$$

$$L \frac{dJ}{dt} - \varphi + KJ = 0$$

$$L \frac{d^2 J}{dt^2} - \frac{d\varphi}{dt} + K \frac{dJ}{dt} = 0$$

$$LK \frac{d^2 \varphi}{dt^2} - K \frac{d\varphi}{dt} + KK \frac{dJ}{dt} = 0$$

$$LK \frac{d^2 J}{dt^2} + RK \frac{dJ}{dt} + J = 0 \quad \dots \dots \dots *$$

klasyfikacja równania uproszczonego w kondensatorze, przesłane przez Kelvina

Zadanie:  $\begin{cases} a^2 = \frac{1}{LK} - \frac{R^2}{4p^2} \\ b = \frac{R}{2p} \end{cases}$

Mamy z równ. Kelvina

$$\frac{d^2 J}{dt^2} + 2b \frac{dJ}{dt} + (a^2 + b^2)J = 0 \quad \dots \dots \dots$$

Jak wiadomo, rozwiązanie jest

$$J = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t}$$

$k_1, k_2$  są pierwiastkami równania

$$k^2 + 2bk + a^2 + b^2 = 0$$

$$k = -b \pm \sqrt{b^2 - (a^2 + b^2)}$$

wtedy

$$\begin{cases} k_1 = -b + ia \\ k_2 = -b - ia \end{cases}$$

gdzie  $i^2 = -1$

Przypadek 1. Załóżmy, że  $\frac{1}{AK} - \frac{R^2}{4\beta^2} < 0$

$$\text{wtedy} \quad a^2 < 0$$

Jeżeli  $R_0^2 = \frac{4\beta^2}{K}$  .... mamy  $R > R_0$

Wówczas  $a = i\alpha$  gdzie  $i^2 = -1$ ,  $\alpha$  rzeczywista

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -b + ia = -b - \alpha \\ k_2 &= -b - ia = -b + \alpha \end{aligned} \right\} \text{nieparzysto}$$

$J = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t}$  jest "aperiodyczny"

$$\alpha^2 = -a^2 = \frac{R^2}{4\beta^2} - \frac{1}{AK} \quad (\text{ma być } > 0) ; \quad \alpha^2 = \frac{1}{4\beta^2} (R^2 - R_0^2)$$

$$\text{wtedy} \quad \alpha^2 < \frac{R^2}{4\beta^2}$$

$$\text{wtedy} \quad \alpha^2 < b^2 \quad \text{ona } |\alpha| < |b|$$

wtedy  $k_1$  i  $k_2$  są ujemne ( $b$  jest dodatnia)

$J$  zmierza asymptotycznie do zera

$$J_\infty = 0$$

Przypadek II. Załóżmy  $a^2 = 0$

$$R = R_0$$

$$\text{Mamy} \quad \frac{d^2 J}{dt^2} + 2b \frac{dJ}{dt} + b^2 J = 0 \quad \dots (KR)$$

Założymy:  $J = e^{kt} f(t)$

$$\frac{dJ}{dt} = k e^{kt} f(t) + e^{kt} \frac{df(t)}{dt}$$

$$\frac{d^2 J}{dt^2} = k^2 e^{kt} f(t) + 2k e^{kt} \frac{df(t)}{dt} + e^{kt} \frac{d^2 f(t)}{dt^2}$$

Wstawiając to wyrażenie do (KR)

$$(k^2 + 2bk + b^2) f(t) + 2(k+b) \frac{df(t)}{dt} + \frac{d^2 f(t)}{dt^2} = 0$$

Żeby znaleźć  $k$ :  $k^2 + 2bk + b^2 = 0$

$$(k+b)^2 = 0$$

więc również  $\frac{d^2 f(t)}{dt^2} = 0$

t.j.  $f(t) = A + Bt$

Rozwiązanie jest, ponieważ  $k = -b$

$$J = (A + Bt) e^{-bt}$$

Dla  $t = \infty$  mamy znów  $J_{\infty} = 0$

Przypadek III. Przypuśćmy  $a^2 > 0$

t.j.  $R < R_0$

Między  $k_1 = -b + ia$  } są zespolone  
 $k_2 = -b - ia$  }

$$J = C_1 e^{-bt} e^{iat} + C_2 e^{-bt} e^{-iat}$$

$$= e^{-bt} \{ C_1 e^{iat} + C_2 e^{-iat} \}$$

$$= e^{-bt} \{ (C_1 + C_2) \cos at + i(C_1 - C_2) \sin at \}$$

więc jest typu

$$e^{-bt} \sin(at + \varphi)$$

Przed  $J$  zmieniła się stała, gdyż

cofnięcie  $a = \frac{2\pi}{\tau}$ , gdzie  $\tau$  okres zmierzni

$$\tau = \frac{2\pi}{a} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LK} - \frac{R^2}{4L^2}}} = \frac{2\pi\sqrt{LK}}{\sqrt{1 - \frac{R^2}{4L^2}LK}}$$

$$R_0^2 = \frac{4L}{K}$$

zatem

$$\tau = \frac{2\pi\sqrt{LK}}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2}}$$

[gdzie  $R < R_0$ ]



Wyśledowanie jest "oscylacyjne"

ale organa są hamowane, tłumione, jak wskazuje czynnik  $e^{-\delta t}$

$$\zeta = \frac{R}{2p} \quad \text{zatem czas charakt.-ny zanikania } \tau = \frac{2p}{R}$$

amplitudy kolejnych organów są coraz mniejsze

Przypadek sepcyjny (strajny). Założmy  $R=0$

Należy przejść do przypadku III-go; oscylacyjne

$$\text{Mamy} \quad a^2 = \frac{1}{pK}$$

$$\zeta = 0$$

Czynnik  $e^{-\delta t} = 1$ ; organa nie są tłumione  
nie zanikają

$$\text{Okres organu} \quad T = 2\pi \sqrt{pK} \quad \dots (K)$$

Wynika zwrócić uwagę na okres organu, przy zamknięciu  
oporu i zanikania.

Wyniały: Jak przewidzieć, jak poprzednio,  $\mu, \rho, \epsilon, \text{ind. } \beta$

$$\boxed{\mu_{12} = a^2 \mu \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{e^{-(\delta t + \delta t'')}}{r_{12}}} \quad [K] = [a^2 \mu] \cdot L \quad \text{gdzie } a \text{ jest zależna}$$

L odległość organu

Pojemności  $K$ , jak łatwo sprawdzić\*, jest wymiaru

$$[K] = [\epsilon] L$$

$$\text{zatem} \quad [pK] = [a^2 \mu \epsilon] \cdot L^2$$

$$\text{Oczywisty poprzednio:} \quad [a^2 \mu \epsilon] = L^{-2} Y^{+2}$$

$$\text{zatem} \quad [pK] = Y^{+2}$$

jak też powinno wynikać zwrócić uwagę na Lorda Kelvina (K)

\* Chociażby z formuły  $K = \frac{\epsilon S}{4\pi \cdot h}$  na pojemności płaskiego kondensatora  
 $S$  pole,  $h$  odstęp liniowy

{ Po ogłoszeniu pracy Lorda Kelvina, różni badacze wykorzystali jego  
sprawdzeni doświadczalnie: Fiedersen, Oettingen i inni (około  
1862-1864r.) Okazy  $\tau$  w tych doświadczeniach były rzędu:  $10^{-8}$   
do  $10^{-6}$  sek.

Henryk Hertz (1887-1894) :  $\tau$  do  $10^{-9}$  sek. Zastosował nowe,  
genialne metody eksperymentalne. I dok. za k-ja, k-za, k-za, k-za  
(za raz pierwszy, doświadczalnie) istnienie fal elektromagnetycznych.

Prace równoczesne: Sir Oliver Lodge w Anglii.

Później: L. L. L. :  $\tau$  rzędu  $10^{-11}$ , Akademia Ch. Ch. (Glasgow, Szkocja)

Teoria Kelvina nie starczyła już do tak rychłych oscylacji, jak  
zbyt grubym przybliżeniem. }





1890

111

\* OK! - 7 -

17

112

Si

27

7

Pr.

Prism

Newton

1891

6 X

10



Udruženje inženjera ATW 112

Map 112

Cox 57

Sl. 156-

Starost sk. p. 148

$$\int 0.622 = 7.79379$$

$$\int 0.001293 = 3.11160$$

$$\int 9.14 = 0.96095$$

$$\int 273 = 2.43616$$

$$0.30250$$

$$5.33260$$

$$\underline{5.96970}$$

$$\int 760 = 2.8808$$

$$\int 283 = 2.4517$$

$$\underline{5.3326}$$

$$0.000009330 \text{ gr/cm}^3$$

$$\frac{9.33}{1.000.000} \text{ gr/cm}^3$$

$$\therefore 9.33 \text{ gr/m}^3$$

100 m l = 1 m<sup>3</sup> p. 148

100 m l

Revisiting the ...

45

2072 m + 114 ...

2072 m 7

$$1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3$$

88 0 81

45 1 79

33 2 60

Proposed : ... 3 - 114

Over 1, 11

July 1943

or 5, 147 - 143

or 11

Energy ... 143

Peak 11 2102.1/1

Sn. k in. 1 WTV 219 - 221

1944

~~1944 1945~~

\* \* { ~~Cox 144/145~~ }  
          ~~1944 1945~~

~~Poss. 1944~~  
~~Wagon 1944~~

1 Glas 178

+ Glas 182

~~1944 1945~~

1944 1945

$$4 \ 0.622 = 7.743 \ 79$$

$$1 = 3.111 \ 30$$

$$1 \ 4.57 = 0.659 \ 92$$

$$3.565 \ 31$$

$$2.980 \ 81$$

$$7.684 \ 50$$

$$0.0000484$$

$$4.8 \text{ gr}$$

W 0° C.

In. p. 100 y. 100 AWW 2.5 - 100 - 100

47

Cox 145

2.22 174-175

110 + 150

1.1

$$10.622 = 1.79379$$

$$5.8 = 3.11160$$

$$12.67 = 1.10278$$

$$5.273 = 2.43616$$

$$0.44433$$

$$5.34020$$

$$\hline 5.10413$$

$$5760 = 2.88081$$

$$288 = 2.45929$$

$$5.34020$$

$$0.00001271 = 12.7 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ Ltr}$$

Dynam. wind. res. en.: 117 : 121

Max 89

Star 173

AWW. h. 119 (Table)

Prop. 119

$$0.0128 \text{ g/L} \cdot 12.5$$

128 g/L  
100 Ltr

$$1.28 \frac{1000}{100} = 12.8 \text{ m}^3$$

Ukrainian

1/11/11

115; 130-1-1

115

City of...

Programme

115; 130-1-1

115; 130-1-1

115; 130-1-1



Canada for 1894

17 1/2

43

20.

Washington

~~1881 112  
\* Cap. 152 HP  
T. 182~~

Zamena jazy na slo : 7 el

1881 240

1881 11 : 134

Термодинамика, механика

Свойства

$$V_1 + V_2 = V \quad \text{дана}$$

$$M_1 + M_2 = M \quad \text{дана}$$

$$M_1 = V_1 \rho_1(T, \quad T \quad \text{дана}$$

$$M_2 = V_2 \rho_2(T,$$

$$V_1, V_2, M_1, M_2, \quad \text{дана}$$

$$V_1 + V_2 = V$$

$$V_1 \rho_1(T_1) + V_2 \rho_2(T_2) = M$$

$$P_1, M, T \quad \text{дана}$$

2 Cratichneumon californicus Haliday

441 948 - 953

Wasp 146-149; 151-157

Maxwell 92-93

Horlogia : Whp 135

\*x 143 - 144 \*

~~T-14~~ - 144 ; 14-15

# Do Dystrophi

1. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

2. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

3. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

4. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

5. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

6. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

7. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

8. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

9. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

10. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)

11. *Staphylinidae* - *Staphylinidae* (1891)





H<sub>2</sub>O 0.031

Hg 0.033 x

Ni 0.110

Fe 0.113 x

Sn (0.182) x (0.19)  
(0.200)

Pure 0.26

Dre 0.42

Mor 0.094

H<sub>2</sub>O 0.31

Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 0.45 x

Alcohol 0.574 x

et<sub>2</sub>O 0.503

C<sub>12</sub>H<sub>22</sub>O<sub>11</sub>  
wt<sub>100</sub>  
Z<sub>100</sub>

0.093  
2

0.186

1.0384214

0.7341274

1.3043140

5093  
15

25465

5093

7637.5

3286

10925

1.112  
1.112  
1.112

54

$$100 \times \overset{0.31}{\cancel{0.27}} \times 100 + 20 \times 0.093 \times 100 =$$

$$+ 500 \times 15 + 100 \times 0.093 \times 15$$


---

$$(100. \overset{0.31}{\cancel{0.27}} + 20 \times 0.093)(100 - T) =$$

$$= (500 + 100 \times 0.093)(T - 15)$$

$$(31 + 1.86)(100 - T) = (500 + 9.3)(T - 15)$$

$$32.86(100 - T) = 509.3(T - 15)$$

$$3286 + 762T = 7(509.3 + 15.18T)$$

$$100.5 \dots 511.16 T$$

$$T = 20.15$$

300

$$200 \times 0.43 \times \dots + 100 \times 15 + 100 \times 0.002 \times 10$$

$$\begin{array}{r} 0.226 \\ 226 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100.304 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9.3 \\ 15 \\ \hline 465 \\ 93 \\ \hline 139.5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 226 \\ 1000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 10 \end{array}$$

$$6780 + 15000$$

$$\begin{array}{r} 15.000 \\ 6780 \\ 139.5 \\ \hline 21919.5 \end{array} \quad 1031.9$$

Kula zleżna

główna

Topienie się lodu  $m_1 H_2 O T_1$   $(m_3 c)$   
 $m_2$   $\text{świeży } 0^\circ$   
 pozostałe  $T$

$$m_1 T_1 T_1 + m_3 c_3 T_1 - T_1) - m_2 L + (T - 0)$$

$$m_1 T_1 + m_3 c_3 T_1 - m_2 L = m_1 T + c_3 + m_3 T$$

$$0.93 \times 15 = 200 \times 0.113 + 1000 + 100 \times 0.093 \quad T$$

1022.

9.3

1031.7

9.3

10

15

9.3

1.1

4.370830

3.0126216

7.2271931

9.1.21

150

600

107

1084.3

$T_1 = 12$

$n_p. \quad m_1 = 1000$

$m_3 = 100$

$c_1 = 0.093$

$m_2 = \text{75 H}$

$L = 80$

$$T = \frac{1000 \times 15 + 100 \times 0.093 \times 15 - 75 \times 80}{1000 + 100 \times 0.093 + 75}$$

$$T = \frac{1500 + 15.45 - 6000}{1084.3} =$$

4.150  
1.39  
8860.5

$$= \frac{8860.5}{1084.3} = \frac{3.9414582}{3.0351495}$$

$$= 8.171$$

$$= 0.9123187$$

Draft stalowy (Witkowski 1. pp. 308 i 314)

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{P}{S} \quad (\text{ib. p. 305})$$

$$r \text{ drutu} = \frac{1}{2} \text{ mm} = 0.05 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3.14 \times 0.0025 \text{ cm}^2 \\ = 0.007850 \text{ cm}^2$$

$$P = 10 \text{ Kg}$$

$$\varepsilon = 2.1 \times 10^6 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{zpr. 2 Landolta} \\ \text{pag 43})$$

$$\frac{l}{L} = \frac{10 \text{ Kg}}{2.1 \times 10^6 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \cdot 0.00785 \text{ cm}^2}$$

$$= \frac{1}{2.1 \times 10^5 \times 0.00785}$$

$$\begin{array}{r} \{ 2.1 = 0.32222 \\ \{ 0.00785 = 3.89487 \\ \hline 2.21709 \\ 3.21751 \end{array} \quad \begin{array}{r} = 3.21709 \\ 5.78291 \\ 0.0006066 \end{array}$$

$$\frac{l}{L} = 0.0006$$

presenta 3 mm  
murej m2 granice  
sprijetoz

$$L = 2 \text{ met}$$

$$= 200$$

$$l = 200 \times 0.0006$$

$$= \frac{200 \times 6}{10.000} = \frac{12}{100} = 0.12 \text{ cm}$$

$$= 1.2 \text{ mm}$$

Hydrazin 8000 kg/cm<sup>2</sup> with 317

$$Ja \text{ man } 10 \text{ kg} / 0.00785 \text{ cm}^2 = 1274 \text{ kg/cm}^2$$

$$3.00785 = 3.89487$$

$$3.89487$$

$$2.10513$$

$$3.10513 = 41274$$

$$\frac{100}{1} = \frac{100}{1} = 100$$

Miedziany drut

Wzrost. 1. 308

$$r = 0.5 \text{ mm} = 0.05 \text{ cm}$$

$$\pi r^2 = 0.00785 \text{ cm}^2$$

$$E = 1.25 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = 10 \text{ kg}$$

$$\frac{l}{L} = \frac{P}{E \cdot \pi r^2} = \frac{10}{1.25 \times 10^6 \times 0.00785}$$

$$\hookrightarrow 0.00785 = 3.89987$$

$$\hookrightarrow 1.25 \times 10^6 = 6.09691$$

$$\begin{array}{r} 3.89987 \\ 6.09691 \\ \hline 3.99178 \end{array}$$

$$1.00000$$

$$3.99178$$

$$\begin{array}{r} 3.99178 \\ \hline 3.00822 \end{array}$$

$$\frac{l}{L} = 0.00102$$

$$L = 200 \text{ cm}$$

$$l = \frac{1}{1000} 200$$

$$= \frac{2}{10} \text{ cm}$$

$$= 2 \text{ mm}$$

już przekroczone granice sprężystości (Wzrost. 1. 314)



# Drut łutowy

$$r = 0.05 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 0.00785 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 180 \cdot 10^3 \text{ Kg/cm}^2 = 0.18 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\frac{l}{L} = \frac{10 \text{ Kg}}{0.18 \times 10^6 \times 0.00785}$$

$$\begin{cases} 0.00785 = 3.89487 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0.18 \times 10^6 = 5.25527 \end{cases}$$


---


$$3.15014$$

$$\begin{array}{r} 1.00000 \\ 3.15014 \\ \hline 3.84986 \end{array}$$

$$\frac{l}{L} = 0.00708$$

$$L = 200 \text{ cm}$$

$$l = \frac{7}{1000} \text{ m} = \frac{14}{10} \text{ cm}$$

$$= 14 \text{ mm}$$

to jest 5 razy więcej  
niż gran. spręż.

(Inth. 1.374)

Hydrometer :

Cu : 3000 kg/cm<sup>2</sup>  
(normal)  
With 317

$$\frac{10 \text{ kg}}{0.00785 \text{ cm}^2}$$

$$3.89497 \text{ w man}$$

$$2.10503 \text{ w hr}$$

$$3.10503$$

$$1274 \text{ kg/cm}^2$$

Pb 200 kg/cm<sup>2</sup>

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$D = 0.001293 \text{ gr/cm}^3$$

$$D = \frac{M}{V} ; V = \frac{M}{D}$$

$$P(\text{kg}) = \frac{\text{~~area~~ <sup>1000 gr</sup>}{0.001293 \text{ gr/cm}^3}$$

$$\begin{array}{r} 47.11 \\ \times 0.001293 \\ \hline 5.98724 \\ 0.28724 \\ \hline \end{array}$$

$$1 \text{ m}^3 \quad 0.002 \text{ kg} = 9.2 \text{ grams}$$

$$1120 \times 15 - 1145 \times 8.1 = 15 \text{ L} \quad 65$$

$$\begin{array}{r} 1015 \\ 817 - \\ \hline 1925 \\ 1075 \\ \hline 860 \\ 8782.75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1517 \\ 8782.75 \\ \hline 6211 \\ 1001 \\ \hline 140 \\ 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 82.8 \end{array}$$

Larid. B. p. 126

10° 760 mm

7.51 gr na kg powietrza

$$7.51 \text{ gr na } \frac{1000 \text{ gr}}{0.001293 \text{ gr/cm}^3}$$

$$7.51 \text{ gr na } \left( \frac{1000}{0.001293} \right) \text{cm}^3$$

$$\frac{7.51 \times 0.001293 \text{ gr}}{1000} \text{ na } 1 \text{ m}^3$$

9.71 gr na 1 m<sup>3</sup>

H<sub>2</sub>O w powietrzu

$$2.50^\circ \text{C}$$

$$1^\circ \text{C}$$

$$\frac{1}{2}^\circ \text{C}$$

$$1/10^\circ \text{C}$$

$$5^\circ \text{C}$$

$$2.5 \times 10^3 = 64 + 16 = 80$$

$$x_0$$

$$m_1 = 1000$$

$$C_1 = 1$$

$$m_3 = 200$$

$$C_3 = 0.09$$

$$T_1 = 15^\circ \text{C}$$

$$R = 138 \text{ Table}$$

$$m_2 = 20$$

$$C_1 = C_2 = 1$$

$$(m_1 + m_3 C_3) (\bar{T} - \bar{T}_1) = m_2 [\bar{R} + 100 - \bar{T}]$$

$$(m_1 + m_3 C_3 + m_2) \bar{T} = (m_1 + m_3 C_3) \bar{T}_1 + m_2 (\bar{R} + 100)$$

$$\bar{T} = \frac{(m_1 + m_3 C_3) \bar{T}_1 + m_2 (\bar{R} + 100)}{m_1 + m_3 C_3 + m_2}$$

CF

$$7' = \frac{(1000 + 18.6)15 + 20.638}{1000 + 18.6 + 20}$$

~~$$\frac{15277.5 + 31740}{1038.6} = \frac{47017.5}{1038.6}$$~~

$$= \frac{15277.5 + 12760}{1038.6} = \frac{28037.5}{1038.6}$$

$$= 26.997$$

$$\begin{aligned} 28037.5 &= 1.4477675 \\ 1038.6 &= 3.0164483 \end{aligned}$$


---


$$1.4313142$$

$$\begin{array}{r} 632 \\ 20 \\ \hline 2760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15277.5 \\ 12760 \\ \hline 28037.5 \end{array}$$

$$26.997$$

$$\begin{array}{r} 1003.00 \\ 18.6 \\ \hline 18.6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 328 \\ 50 \\ \hline 31900 \\ 15277.5 \\ \hline 47177.5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1018.0 \\ 15 \\ \hline 50330 \\ 10180 \\ \hline 15279.0 \end{array}$$

Admission

$$T' = 27$$

$$\frac{(m_1 + m_3 c_3)(T - T_1)}{m_2} = R + 100 \cdot T'$$

$$\frac{1018.6 \times 12}{20} = R + 73 \quad \frac{2}{10} \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 1018.6 \\ 12 \end{array}$$

$$\frac{122000}{10} = R + 73$$

$$\begin{array}{r} 2037.2 \\ 1018.6 \end{array}$$

$$R = 611.16 - 73$$

$$12222.2 : 20$$

$$120$$

$$611.16$$

$$R = 53.8$$

$$20$$

$$23$$

$$32.8$$

$$611.16$$

$$20$$

$$- 73$$

$$120$$

$$53.8$$

$$\begin{array}{r} 119 \\ 50 \\ \hline 9.58 \end{array}$$

$$m_2 = 50$$

$$c_3 = 0.19$$

$$T = \frac{(m_1 + m_3 c_3 + m_4 c_4) T_1 + m_2 (R + 100)}{m_1 + m_3 c_3 + m_4 c_4 + m_2}$$

$$m_1 = 1.000$$

$$m_3 c_3 = 18.0$$

$$m_4 c_4 = 9.5$$

$$109.5$$

$$108.1$$

$$10$$

$$214.5$$

$$1028.1$$

$$1048.1$$

$$(m_1 + m_3 c_3 + m_4 c_4) T_1 = 1511.5$$

$$m_2 (R + 100) = 12060$$

$$2717.5$$

$$T = 28181.5$$

$$1048.1$$

$$200.4$$

$$10$$

$$1048.1$$

$$1028.1$$

$$20$$

$$128181.5 = 7.44295647$$

$$1048.1 = 6.0214021$$

$$1.4295615$$

$$1048.1$$

$$75.0$$

$$6.0$$

$$26.8883$$

$$26.9 \text{ } ^\circ \text{C}$$



Joule per. 310 - 312

1) podn. w temp.  $0.563209^{\circ}\text{F} =$

$$= 0.563209 \frac{5}{9} = \frac{0.2816045}{9}$$

$$= 0.312896^{\circ}\text{C}$$

11) Capacity kalmymetu

$$7000 \text{ grains} = 453.59243 \text{ gramy}$$

$$\begin{array}{l} \downarrow 453.59243 = 2.6566658 \\ \downarrow 7000 \quad = 3.8450980 \\ \hline 2.8115678 \end{array}$$

Woda : 4.9695543

2.8115678

3.7811221

6041.2

Miedź

3.3856420

2.8115678

2.1972098

157.475

Miedz

3.2577506

2.8115678

2.0693184

117.30

$$\begin{array}{r}
 6041.2 \\
 157.5 \\
 117.3 \\
 \hline
 6316.0 \text{ gr } \pm \text{mc}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{2} 6316 = 3.8004427 \\
 \frac{1}{2} \cancel{0.312876} = \cancel{1.49192} \\
 \quad 0.3109 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 3.29236
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 Q = \cancel{1976.25} \\
 = 1960.5 \text{ kcal}
 \end{array}$$

Prca W

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{2} 403315 = 5.6656444 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 2.8115678 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 4.4172122
 \end{array}$$

$$P = 26134.4 \text{ grains}$$

$$h = 1260.096 \text{ inch}$$

$$36 \text{ inch} = 0.914399 \text{ m} = 91.4399 \text{ cm}$$

$$1 \text{ inch} = 2.54 \text{ cm}$$



1.2.11. 11. 11. 11.

13

1.2.11. 11. 11. 11.

1.2.11. 11. 11. 11.

1.2.11. 11. 11. 11.

1.2.11. 11. 11. 11.

1.2.11. 11. 11. 11.

1.2.11. 11. 11. 11.

1.2.11. 11. 11. 11.

---

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{2} 1200.096 & = & 3.1503705 \\ \frac{1}{2} 2.54 & = & 2.4548331 \\ \hline & & 3.5052042 \end{array}$$

$$h = 3200.4 \text{ cm}$$

$$\frac{n}{20} = 160.02 \text{ cm}$$

$$m_W = 20 \text{ mgh}$$

$$g = 980.617 \times 1.00075$$

$$\begin{array}{r} 2.9914994 \\ 0003256 \\ \hline 2.9918250 \end{array}$$

$$g = 981.35$$

~~$$\begin{aligned} \frac{1}{2} 8.2081 \times 10^{10} &= 10.9142414 \\ \times 1976.25 &= 3.2458422 \\ \hline &7.0183992 \\ &4.1534 \times 10^7 \end{aligned}$$~~

$$\frac{1}{1} \cdot 20 = 1.3010300$$

$$2 \cdot m = 4.472122$$

$$2 \cdot y = 2.9918250$$

$$2(20n) = 3.5052042$$

---


$$10.9142114$$

$$W = 8.2081 \times 10^{10} \text{ ergs}$$

$$7 = \frac{8.2081 \times 10^{10}}{1960.5} = \frac{4.1868 \times 10^7}{1960.5}$$

7oule ram. 6050.186 = W'

6067.114 = W'' 1.312

6067 6050	/	8.2081 × 10 <sup>10</sup>	=	10.91424
60 1000		1960.5	=	3.29236
17000				

$$4.1868 \times 10^7$$

$$x = 13.5525$$

$$= 13.559$$

$$= 13.56$$

slope

$$x = \frac{40}{7}$$

$I = 1.000$

$(10.91805 \times 10^7)$

$$= 1.091805 \times 10^8$$

$$\frac{1.8}{4.84}$$

$$m = 26137.4 \text{ g}$$

$$g = 981.35$$

$$h = 161.43 \text{ cm}$$

$$10.91805$$

$$3.29587$$

$$7.62221$$

$$7.62221 = 6 (4.19 \times 10^7)$$



Calculation (L. R. P. 11-14) 77

20° 7m 0 01292  
 15° 7m 1 01225  
 20° 7m 1 01217

quadrant

11-14-77

Obtaining (f.c.) of curve W

W = 20 mgh

$$f_{20} = 4.41, 21$$

$$f_{15} = 2.9, 183$$

$$f_{20} = 1.30102$$

$$f_{15} = 2.20, 98$$

$$10.91855 = f_{20}$$

$$W = 8.2804 \times 10^{10} \text{ ergs}$$

$$f = \frac{8.2804 \times 10^{10}}{1976.25} = 4.19 \times 10^7$$

Waga  $20 \times 100 \times 100$

$$1 \text{ stopa ang.} = 30.4775 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{r} 1.4840070 \\ 3 \\ \hline 4.4520210 \end{array} \quad \begin{array}{r} 900 \\ - 1000 \end{array}$$

$$28315.3 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cub. foot}$$

$$\begin{array}{r} 28315.3 \\ \hline 1000000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20.000 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 100 \end{array}$$

$$= 0.028315 \text{ m}^3$$

$$270.10 \frac{2}{1000}$$

$$\frac{1}{2} 270.000 = 5.4313638$$

$$2.4520210$$

$$3.8833848$$

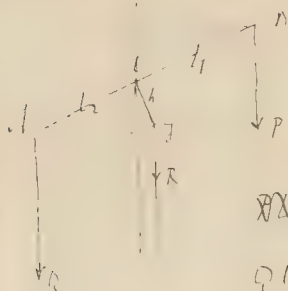
$$7645 \text{ m}^3 \text{ na sekundę}$$

$$4161 = 2.20683$$

$$7.48401$$

$$1.69084$$

$$49.07$$



~~XXXXXX~~

$$Q l_2 - P l_1 = R h \cdot \frac{l_2}{h} A'$$

$$P l_2 - Q l_1 = R h \cdot \frac{l_1}{h} A''$$

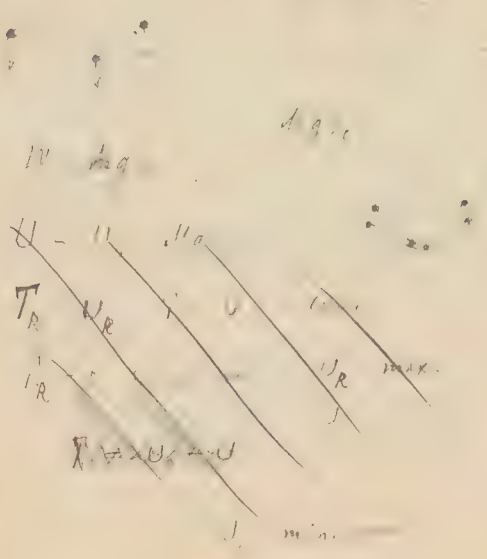
$$\frac{Q l_2 - P l_1}{P l_2 - Q l_1} = \frac{t_g \theta'}{t_g \theta''} = \xi \quad \frac{l_1}{l_2} = \lambda$$

$$\frac{Q - P \lambda}{P - Q \lambda} = \lambda$$

$$m g_1 + g_2 \dots g_3$$

$$g \dots + g$$

$$g H \dots$$



$$T + U = \cancel{I_R} + U_R$$

$$T = U_R - U$$

$$I_R \dots$$

$$U_R \dots \dots \dots I_R \dots \dots$$

$$0.3129 : 1.008 =$$

$$= 0.3104^{\circ} \text{ C}$$

$$\{ 6316 = 3.80044$$

$$\{ 0.3104 = \frac{7.49192}{3.29236}$$

$$Q = 1960.5$$



$$q = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$A = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$U_{11} = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$$

$$15 \times 5000 = 75000$$

$$5.1 \times 10^4$$

13

$$15 \times 25 = 375$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 25 \\ \hline 75 \\ 150 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$15 \times 100 = 1500$$

$$15 \times 100 = 1500$$

$$15 \times 100 = 1500$$

$$15 \times 100 = 1500$$

$$15 \times 100 = 1500$$

$$180^\circ \quad J = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

$$I_N > I_M$$

$$J_1 = J_M - I_N$$

$$F = J_1 - I_N$$

$$W_1 = U_N - I_N$$

$$W_2 = U_N - I_N$$

$$P_{\text{max}} = 4 \times 10^6 \text{ g} = 4 \cdot 10^6 \text{ g}$$

$$v = 3 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 9 = 18 \cdot 10^6 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2$$

$$m v = 4 \cdot 10^6 \text{ g} \cdot 3 \text{ m/s} = 12 \cdot 10^6 \text{ g} \cdot \text{cm/s}$$

$$\text{Kutka } m = 40 \text{ g}$$

$$v = 800 \text{ cm/s}$$

$$1280.0000 = 12.8 \cdot 10^6$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 640000 = 1280000 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2$$

$$m v = 20.800 = 10^3$$

$$P_{\text{avg}} = 250 \text{ t/s} = 2.5 \cdot 10^8$$

$$v = 1 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{2.5 \cdot 10^8}{2} = 1.25 \cdot 10^8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2$$

$$m v = 2.5 \cdot 10^8 \text{ g} \cdot \text{cm/s} = 2.5 \cdot 10^8 \text{ g} \cdot \text{cm/s}$$

$$\text{Kutka } m = 20 \text{ g}$$

$$v = 500 \text{ m/s} = 5 \cdot 10^2 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 250000 = 2500000 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2$$

$$m v = 20 \cdot 500 = 10^4 \text{ g} \cdot \text{cm/s}$$



$$F = m \frac{dv}{dt}$$

$$F \cdot t = m v - m v_0$$

$$F \cdot t = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$1000 \cdot \frac{3}{10} = \frac{15}{25}$$

$$\frac{48}{10} \cdot 180 =$$

$$64$$

$$= 0$$

$$1.80$$

$$P \quad m = 400 \text{ ton} = 4 \times 10^8$$

$$v = 1 \text{ cm/sec}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^8 \cdot 1 = 2 \times 10^8 \text{ erg}$$

$$m v = 4 \cdot 10^8 \text{ gram/sec}$$

$$K \quad m = 1045$$

$$v = 400 \text{ m/sec} = 4 \cdot 10^4 \text{ cm/sec}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 16 \cdot 10^8 = 8 \times 10^9 \text{ erg}$$

$$m v = 10 \cdot 4 \cdot 10^4 = 4 \cdot 10^5$$

$$1 \text{ stone } = 20 \text{ lbs } = 9.0718 \text{ kg}$$

$$1 \text{ pound } = 0.4536 \text{ kg}$$

$$1 \text{ 0.001 kg } = 7.4240075$$

$$1 \text{ 0.001 kg } = 1.681466$$

$$1 \text{ 0.001 kg } = 3.772049$$

$$5.651449$$

$$1 \text{ 0.001 kg } = 1.7708$$

$$1.00100$$

100

$$1 \text{ 0.001 kg } = 0.00100$$

$$1 \text{ 0.001 kg } = 0.00100$$

$$7.4240075$$

$$1.681466$$

$$7.4240075$$

$$1.7708$$

$$1.00100$$

$$1 \text{ 0.001 kg } = 0.00200 \text{ kg}$$

$$1 \text{ 0.001 kg}$$

$$0.00200$$

$$1$$

$$1$$

Rounding error: 3.62200  
 3.31202  
 0.99091  
 9.173

Forming a circle 3.9111  
 5.1111  
 0.9999  
 6.1111

Rounding 0.0001 to 0.0002  
 1.0001 to 1.0002

1 0.0001 0.0002  
 2 0.0001  
 3 0.0001 0.0002 = 0.0002

1.0001 0.0002  
 1.0001 0.0002  
 1.0001 0.0002

1 = 449.25  
 2 = 1000  
 3 = 1000  
 4 = 1000  
 5 = 1000  
 6 = 1000  
 7 = 1000  
 8 = 1000  
 9 = 1000  
 10 = 1000

Cepa - 11 X 11 X 11



$T = 11. \text{ min}$

$1. \text{ } 453.1$

$1. \text{ } 453.1$

$T_{\text{max}} = 10^2 \text{ } 45.1$

$45.1$

$T_{\text{min}} = 11. \text{ } 27.1$

$27.1$

$1. \text{ } 453.1$

$45.1$

$27.1$

$1. \text{ } 453.1$

$1. \text{ } 453.1$

$1. \text{ } 453.1$

$45.1$

$1. \text{ } 453.1$

$1$

$1. \text{ } 453.1$

$1. \text{ } 453.1$

$1. \text{ } 453.1$

$$6 \frac{12}{5} \text{ kg} = \frac{12}{5} \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{5} \text{ kg}$$

$$12 \times 600 \text{ kg} = 7200 \text{ kg}$$

2000 5 kg  
 1000 10 kg

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{1}$$

20 1  
 1  
 1

2000 10 kg

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{1}$$

Kula zmuszenia 50 kg

$$v = 10 \text{ m/s}$$

1. Kula zmuszenia 10 kg

Phenomena of form

Two part - III part

are in many "phenomena" ?

is some!

Learn to know patterns by form

a rule to dynamics ?

30.4795

32

609590

914385

9753445

60959

9824

981

322

966

3046

1500

1288

2120

0.9144 : 3

0.3048





42



